BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Tanpa disadari dalam kehidupan sehari-hari sesungguhnya statistika telah banyak dipakai meskipun dalam bentuk yang sangat sederhana. Sekarang ini ilmu statistika telah banyak mendapatkan perhatian di kalangan ilmuwan. Banyak ilmuwan dari berbagai disiplin ilmu yang berbeda menggunakan jasa statistika sebagai dasar analisis atau perancangan yang menyangkut olah data (Lisbianti, 2005).

Seiring perkembangan zaman, perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi saat ini ditunjang dengan kemampuan dan perkembangan ilmu eksakta, diantara ilmu eksakta yang mempunyai peranan penting dalam kemajuan IPTEK yaitu ilmu matematika. Pesatnya perkembangan matematika ditandai dengan semakin luasnya cakupan peranan ilmu matematika. Salah satu aspek penting dari ilmu matematika adalah ekonometrika yang dapat memprediksi atau peramalan (Ihram, 2015).

Peramalan merupakan suatu kegiatan memperkirakan apa yang terjadi pada masa mendatang berdasarkan nilai masa lalu (Makridakis dalam Ihram, 2015). Kegiatan peramalan ini sedang banyak dibicarakan. Hal ini disebabkan semakin meningkatnya kesadaran untuk mempersiapkan dan mengantisipasi segala kejadian di masa mendatang. Peramalan dibutuhkan di berbagai bidang seperti bidang ekonomi dan sosial politik. Dalam melakukan peramalan tidak selalu berjalan dengan lancar. Terdapat banyak kendala yang dihadapi sehingga hasil peramalan yang diperoleh tidak akurat. Maka dari itu diperlukan usaha-usaha yang maksimal untuk memperkecil kesalahan yang akan terjadi. Untuk melakukan peramalan tentunya diperlukan suatu metode tertentu. Metode yang digunakan tergantung dari data atau informasi yang akan diramalkan serta tujuan yang ingin dicapai.

Peramalan yang dilakukan sering kali didasarkan pada sejarah data masa lalu. Data ini kemudian dianalisis, diestimasi, dan dievaluasi sesuai dengan tujuan dari peramalan yang dilakukan. Metode ini disebut sebagai metode runtun waktu (*time series*). Dalam analisis *time series* sering kali menggunakan asumsi bahwa data harus stasioner. Stasioner adalah relatif tidak terjadi kenaikan atau pun penurunan nilai secara tajam pada data atau fluktuasi data berada pada sekitar nilai rata-rata yang konstan (Aswi dan Sukarna, 2006). Sebaliknya, tidak stasioner adalah jika relatif terjadi kenaikan atau terjadi penurunan nilai yang tajam pada data. Kondisi tidak stasioner terdiri atas dua hal, yaitu tidak stasioner dalam rata-rata dan tidak stasioner dalam variansi. Jika data *time series* menunjukkan bahwa terdapat variasi fluktuasi data pada grafik maka data termasuk dalam *time series* yang tidak stasioner berdasarkan varians. Metode *time series* terbagi menjadi dua yaitu *time series* homoskedastis (variansi residual konstan) dan *time series* heteroskedastis (variansi residual tidak konstan). Data runtun waktu (*time series*) merupakan data yang diamati menurut urutan waktu untuk suatu variabel tertentu.

Model *time series* yang paling popular dan banyak digunakan dalam peramalan data *time series* adalah model *Autoregressive Integrated Moving Average* atau yang dikenal dengan model ARIMA. Pemodelan dengan teknik ARIMA maupun dengan regresi biasa akan menjadi lebih akurat apabila varians residualnya juga dilihat pergerakannya dari waktu ke waktu. Berawal dari ide tersebut maka dipergunakan pemodelan secara simultan antara model mean dan model varians sebagai sebuah data *time series*. Teknik pemodelan varians pertama kali diperkenalkan oleh Engle (1982) dalam memodelkan inflasi yang terjadi di Inggris dengan menggunakan model *Autoregressive Conditional Heteroscedastic* (ARCH). Model ARCH sama halnya dengan *Autoregressive* (AR), hanya saja model ARCH digunakan untuk memodelkan varians residual yang tidak konstan dari model ARIMA terbaik (Enders dalam Athoillah, dkk., 2012).

Engle, dkk. (1987) memperluas kerangka dasar model ARCH yang memperhitungkan mean yang berurutan yang bergantung pada varians residualnya. Model ini disebut dengan model ARCH dalam Mean (ARCH(r)-Mean). Jadi dalam model ini varians residualnya dimasukkan kedalam persamaan mean (Athoillah, dkk., 2012).

Dalam analisis regresi untuk mendapatkan model yang baik dan valid maka harus dipenuhi asumsi-asumsi bahwa residualnya berdistribusi Normal dengan mean nol dan varians konstan (homoskedasitas), serta residual tidak bersifat autokorelasi. Disamping itu, variabel prediktor bersifat bebas (independen) dengan variabel prediktor lainnya (tidak ada multikolinearitas).

Namun, dalam kenyataannya pada data keuangan asumsi-asumsi tersebut jarang terpenuhi, sehingga diperlukan pemodelan ulang untuk memodelkan residualnya (Fox dalam Athoillah, dkk., 2012).

Asumsi autokorelasi pada data *time series* bisa saja terjadi pada residual model regresi karena residualnya juga *time series* seperti model ARIMA (Box-Jenkins dalam Amaliah 2015). Sedangkan untuk residual yang memiliki varians yang tidak konstan (heteroskedasitas), peneliti perlu menambahkan pemodelan varians *time series* heteroskedasitas seperti model ARCH berurutan menurut waktu yang bisa saja mengandung sifat autokorelasi didalamnya. Menurut Engle (1982), bahwa variansi residual yang terjadi saat ini akan sangat bergantung pada residual periode sebelumnya (Amaliah, 2015). Oleh karena itu, dalam model ini selain meramalkan variabel bebas dalam persamaan regresinya dilakukan pula peramalan pada varians residualnya, sehingga data akan berubah setiap waktu.

Ada beberapa metode yang dapat digunakan dalam penaksiran parameter model *time series* seperti ARIMA Box-Jenkins, yaitu metode momen, metode *least squares*, dan metode *maximum likelihood* (Aswi dan Sukarna, 2006). Metode *maximum likelihood* diperkenalkan oleh seorang ahli genetika dan statistik Sir R. A. Fisher (1912-1922) dan memiliki aplikasi yang luas dalam berbagai bidang. Estimasi *maximum likelihood* berguna untuk menentukan parameter yang memaksimalkan kemungkinan dari data sampel. Meskipun metodologi untuk estimasi *maximum likelihood* termasuk sederhana namun pelaksanaan matematikanya sangat kuat. Anggaran parameter yang diperoleh dari fungsi estimasi *maximum likelihood* merupakan nilai pendekatan terhadap nilai sebenarnya. Jelas bahwa ukuran sampel menentukan ketelitian dari estimator (Siti, 2009).

Penelitian sebelumnya yang pernah dilakukan tentang penggunaan metode *maksimum likelihood* diantaranya:

1. *Estimasi* Parameter Model *Time Series Regression* dengan *Noise* ARMA(p) dan ARCH(r)-Mean Menggunakan Metode *Maksimum Likelihood*. Penelitian ini menjelaskan tentang penerapan *model time series regression* dengan *noise* AR(p) dan ARCH(r)-mean menggunakan metode *maksimum likelihood* pada data volume dan harga nilai tukar mata uang Euro terhadap USD time frame 30 menit yang berbentuk ECN di perusahan Alpari-US. Berdasarkan uji signifikansi parameter dan uji validasi model melalui nilai AIC, SBC, MSE dan kenormalan residual, diperoleh bahwa model *time series regression* dengan *noise* AR(2) dan ARCH(1)-mean adalah model terbaik (Athoillah, dkk., 2012).
2. Aplikasi Model ARCH-GARCH dalam Peramalan Tingkat Inflasi. Penelitian ini ditujukan untuk mengatasi adanya heteroskedastisitas pada data tingkat inflasi. Setelah dilakukan peramalan dengan menggunakan ARCH(1) yang telah terbentuk, maka dapat diketahui ramalan tingkat inflasi untuk dua belas periode berikutnya pada tahun 2012 (Lulik dan Nuri, 2012).
3. Peramalan Data Saham *S&P* 500 *INDEX* Menggunakan Model TARCH. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui model peramalan terbaik dari data nilai saham S&P 500 INDEX dan menentukan hasil peramalan data

tersebut untuk periode berikutnya. Hasil peramalan dari model TARCH(1,2) memiliki persentase kesalahan yang relatif kecil, sehingga model ini baik diterapkan dalam meramalkan nilai harga saham S&P INDEX untuk periode selanjutnya (Prisca dan Hendro, 2013).

Berdasarkan latar belakang, maka akan dilakukan penelitian yang berjudul **"Penggunaan Metode Maximum Likelihood dalam Estimasi Parameter ARCH (r)-Mean."**

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian pada latar belakang, maka permasalahan dalam penelitian ini adalah:

1. Bagaimana hasil penurunan fungsi metode *maximum likelihood* dalam mengestimasi parameter model ARCH(r)-mean?
2. Bagaimana memodelkan data nilai tukar EURO terhadap Rupiah dengan menggunakan model ARCH(r)-mean?
3. Bagaimana estimasi parameter data nilai tukar EURO terhadap Rupiah dengan model ARCH(r)-mean menggunakan metode *maximum likelihood*?

C. Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini untuk:

1. Menurunkan fungsi *maximum likelihood* untuk mengestimasi parameter model ARCH(r)-mean.

2. Memodelkan data nilai tukar EURO terhadap Rupiah dengan model ARCH(r)-mean.
3. Menentukan estimasi parameter data nilai tukar EURO terhadap Rupiah menggunakan nilai terbaik dari model ARCH(r)-mean dengan metode *maximum likelihood*.

D. Manfaat Penelitian

Dengan tercapainya tujuan penelitian, diharapkan penelitian ini dapat memberikan manfaat sebagai:

1. Bagi penulis, agar dapat meningkatan pengetahuan mengenai model ARCH(r)-mean dan metode *maximum likelihood*, serta mendapatkan informasi tentang hasil ramalan kurs EURO terhadap Rupiah pada beberapa periode selanjutnya.
2. Bagi akademisi, peneiltian ini diharapakan memberikan informasi dan meningkatan pengetahuan mahasiswa dalam penerapan matematis khususnya bidang statistika, serta menambah referensi apabila ingin melakukan penelitian dengan masalah yang sama.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. Metode *Maximum Likelihood*

Penaksiran dengan metode *maximum likelihood* merupakan salah satu pendekatan yang cukup penting pada statistika inferensia. Metode ini diperkenalkan oleh R. A. Fisher. Seperti namanya, metode *maximum likelihood* adalah suatu cara mendapatkan penaksir $\hat{\alpha}$ untuk parameter α yang tidak diketahui dari populasi dengan memaksimumkan fungsi *likelihood*.

Misalkan terdapat hasil pengamatan bebas Y_1, Y_2, Y_3,…, Y_n dengan fungsi peluang $f(y,\alpha)$, maka dibutuhkan adalah $\hat{\alpha}$ sebagai penaksir yang memaksimumkan fungsi *likelihood* (Soelistyo dalam Lisbiasti, 2005).

Pencarian nilai $\hat{\alpha}$ diawali dengan merumuskan fungsi *likelihood-nya*. Setelah fungsi *likelihood-nya* diperoleh maka turunan pertama dari fungsi *likelihood-nya* terhadap α disamakan dengan nol. Oleh karena fungsi logaritma adalah suatu fungsi yang monoton naik, seringkali digunakan logaritma dari fungsi *likelihood* dengan alasan lebih memudahkan dan juga mencapai nilai maksimum di titik yang sama. Pengujian apakah nilai $\hat{\alpha}$ yang diperoleh merupakan penaksiran yang maksimum dilakukan dengan memeriksa apakah turunan kedua fungsi *likelihood* terhadap α lebih kecil dari nol atau dapat dituliskan $\frac{\partial L\ y_1,y_2,\ldots,y_n: \alpha}{\partial \alpha} = 0$ dan $\frac{\partial^2 L\ y_1,y_2,\ldots,y_n: \alpha}{\partial \alpha^2} < 0$ (Soelistyo dalam Lisbiasti, 2005).

Metode *maximum likelihood* dapat digunakan untuk memperoleh nilai taksiran parameter dari model AR(1). Untuk mendapatkan nilai taksiran parameter model AR(1) dengan menggunakan metode *maximum likelihood*, perhatikan model AR(1) ditunjukkan pada persamaan (2.1).

$$\dot{Z}_t = \emptyset_1 \dot{Z}_{t-1} + a_t \tag{2.1}$$

Untuk menyederhanakan cara penulisan $\dot{Z}_t$, maka $\dot{Z}_t = Z_t - \mu$. Dimana Z_t adalah besarnya pengamatan (kejadian) pada waktu ke-t dan μ adalah rata-rata yang diasumsikan sama dengan nol (Aswi dan Sukarna, 2006), sehingga persamaan (2.1) dapat dituliskan menjadi persamaan (2.2) sampai dengan persamaan (2.4).

$$Z_t - \mu = \emptyset_1 (Z_{t-1} - \mu) + a_t \tag{2.2}$$

$$Z_t = \mu (1 - \emptyset_1) + \emptyset_1 Z_{t-1} + a_t \tag{2.3}$$

$$Z_t = \theta_0 + \emptyset_1 Z_{t-1} + a_t \tag{2.4}$$

dengan:

$\theta_0 = \mu (1 - \emptyset_1)$

$a_t \sim WN(0, \sigma_a^2)$ $atau$ $a_t \sim i.i.d.N(0, \sigma_a^2)$

Parameter yang akan ditaksir adalah ($\theta_0, \emptyset, \sigma_a^2$). Berdasarkan asumsi awal bahwa data berdistribusi normal, penjabaran fungsi *likelihood*-nya mengikuti bentuk fungsi kepadatan peluang distribusi normal. Rumusan fungsi kepadatan peluang $Z_t \sim N(\mu, \sigma_a^2)$ ditunjukkan pada persamaan (2.5).

$$f(Z_t: \mu, \sigma_a^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_a^2}} exp\left(-\frac{1}{2\sigma_a^2}(Z_t - \mu)^2\right), \tag{2.5}$$

Sedangkan fungsi *likelihood*-nya ditunjukkan pada persamaan (2.6).

$$L\ \ Z_1, Z_2, \dots, Z_T: \mu, \sigma_a^2\ \ = f\ \ Z_1: \mu, \sigma_a^2\ \ f\ \ Z_2: \mu, \sigma_a^2\ \ \dots f\ \ Z_T: \mu, \sigma_a^2 \qquad (2.6)$$

Penjabaran fungsi kepadatan peluang untuk data pertama atau Z_1 dengan rata-rata $\mu = \frac{\theta_0}{1-\emptyset_1}$ dan variansi $\frac{\sigma_a^2}{1-\emptyset_1{}^2}$ ditunjukkan pada persamaan (2.7).

$$f\ \ Z_1: \theta_{0,}\ \emptyset_1, \sigma_a^2\ \ = \frac{1}{2\pi\sigma_a^2/(1-\emptyset_1)^2} exp\ \ -\frac{(Z_1-(\theta_0/(1-\emptyset_1)))^2}{2\sigma_a^2/(1-\emptyset_1)^2} \qquad (2.7)$$

Fungsi kepadatan peluang untuk data kedua, ketiga, keempat dan seterusnya, dapat diperoleh dengan cara yang sama. Apabila data yang dimiliki sampai pada t = T, dapat dituliskan fungsi kepadatan peluang untuk waktu t = T seperti yang ditunjukkan pada persamaan (2.8).

$$f\ \ Z_T: \theta_0, \emptyset_1, \sigma_a^2\ \ = \frac{1}{2\pi\sigma_a^2} exp\ \ -\frac{1}{2\sigma_a^2}(Z_T - \theta_0 c - \emptyset_1 Z_{T-1})^2\ \ . \qquad (2.8)$$

Fungsi *likelihood* untuk model AR(1) dapat diperoleh dengan mengalihkan seluruh fungsi kepadatan peluang yang ditunjukkan pada persamaan (2.9).

$$L\ \ Z_1, Z_2, \dots, Z_T: \mu, \sigma_a^2\ \ = f\ \ Z_1: \mu, \sigma_a^2\ \ f\ \ Z_2: \mu, \sigma_a^2\ \ \dots f\ \ Z_T: \mu, \sigma_a^2$$

$$L\ \ Z_1, Z_2, \dots, Z_T: \mu, \sigma_a^2\ \ = f\ \ Z_1: \mu, \sigma_a^2\ \ . \prod_{t=2}^{T} f\ \ Z_t: \mu, \sigma_a^2 \qquad (2.9)$$

Penaksiran *maximum likelihood* untuk $\theta_0, \emptyset_1, \sigma_a^2$ adalah nilai-nilai yang dapat memaksimumkan $L\ \ \theta_0, \emptyset_1, \sigma_a^2$. Masalah yang dihadapi selanjutnya adalah menentukan titik-titik untuk setiap parameter yang memaksimumkan fungsi logaritma *likelihood*-nya dengan mengambil turunan pertamanya dan menyamakannya dengan nol. Langkah selanjutnya adalah menganggap bahwa nilai Z_1 sebagai peubah deterministik karena untuk t = 1 nilai

$Z_t = \theta_0 + a_t$ sehingga sehingga hanya dengan memaksimumkan fungsi pada persamaan (2.10).

$$ln \sum_{t=2}^{T} f\ Z_t : \theta_0, \emptyset_1, \sigma_a^2 = -\frac{T-1}{2}\ln 2\pi - \frac{T-1}{2}\ln \sigma_a^2 +$$

$$-\frac{1}{2\sigma_a^2}\sum_{t=2}^{T}(Z_t - \theta_0 c - \emptyset_1 Z_{t-1})^2 \qquad (2.10)$$

Ada tiga parameter yang akan ditaksir pada model ini yaitu $\theta_0, \emptyset_1, \sigma_a^2$. Dengan mengambil turunan pertama dari masing-masing parameter tersebut dan menyamakannya dengan nol diperoleh:

$\frac{\partial lnL}{\partial \theta_0} = 0,$

$\frac{\partial lnL}{\partial \emptyset_1} = 0,$ dan

$\frac{\partial lnL}{\partial \sigma_a^2} = 0.$

Menurunkan fungsi $ln \sum_{t=2}^{T} f\ Z_t : \theta_0, \emptyset_1, \sigma_a^2$ terhadap θ_0 dan $\emptyset_1$ekuivalen dengan meminimumkan $\sum_{t=2}^{T}(Z_t - \theta_0 c - \emptyset_1 Z_{t-1})^2 = \sum_{t=2}^{T}(a_t)^2$, sehingga diselesaikan dengan cara yang ditunjukkan pada persamaan (2.11) dan persamaan (2.12).

$$\frac{\partial \sum_{t=2}^{T} Z_t - \theta_0 - \emptyset_1 Z_{t-1}{}^2}{\partial \theta_0} = -2\sum_{t=2}^{T} Z_t - \theta_0 - \emptyset_1 Z_{t-1} = 0 \qquad (2.11)$$

dan

$$\frac{\partial \sum_{t=2}^{T} Z_t - \theta_0 - \emptyset_1 Z_{t-1}{}^2}{\partial \emptyset_1} = -2\sum_{t=2}^{T} Z_t - \theta_0 - \emptyset_1 Z_{t-1} \quad (Z_{t-1}) = 0 \quad (2.12)$$

Hasil penjabaran persamaan di atas ditunjukkan pada persamaan (2.13) dan persamaan (2.14).

$$-\sum_{t=2}^{T} Z_t + T - 1\ \hat{\theta}_0 + \emptyset_1 \sum_{t=2}^{T} Z_{t-1} = 0, \qquad (2.13)$$

dan

$$-\sum_{t=2}^{T} Z_t . Z_{t-1} + \hat{\theta}_0 \sum_{t=2}^{T} Z_{t-1} + \emptyset_1 \sum_{t=2}^{T} Z_{t-1}{}^{2} = 0. \tag{2.14}$$

Kedua persamaan (2.13) dan (2.14) diselesaikan secara simultan untuk memperoleh nilai $\hat{\theta}_0$ dan $\emptyset_1$. Penyelesaian $-\sum_{t=2}^{T} Z_t + T - 1\ \hat{\theta}_0 + \emptyset_1 \sum_{t=2}^{T} Z_{t-1} = 0$ untuk memperoleh nilai $\hat{\theta}_0$ seperti yang ditunjukkan pada persamaan (2.15).

$$\hat{\theta}_0 = \frac{\sum_{t=2}^{T} Z_t}{T-1} - \emptyset_1 \frac{\sum_{t=2}^{T} Z_{t-1}}{T-1}, \tag{2.15}$$

Kemudian disubtitusikan ke persamaan (2.14) yang menghasilkan persamaan (2.16).

$$\emptyset_1 = \frac{T-1\ \sum_{t=2}^{T} Z_t . Z_{t-1} - \sum_{t=2}^{T} Z_t . \sum_{t=2}^{T} Z_{t-1}}{T-1\ \sum_{t=2}^{T} Z_{t-1}{}^{2} - \sum_{t=2}^{T} Z_{t-1}{}^{2}}. \tag{2.16}$$

Nilai $\emptyset_1$sudah diperoleh dan selanjutnya disubtitusi pada persamaan (2.13) untuk memperoleh nilai $\hat{\theta}_0$ seperti yang ditunjukkan pada persamaan (2.17).

$$\hat{\theta}_0 = \frac{\sum_{t=2}^{T} Z_{t-1}{}^{2} \sum_{t=2}^{T} Z_t - \sum_{t=2}^{T} Z_{t-1} . \sum_{t=2}^{T} Z_t . Z_{t-1}}{T-1\ \sum_{t=2}^{T} Z_{t-1}{}^{2} - \sum_{t=2}^{T} Z_{t-1}{}^{2}}. \tag{2.17}$$

Titik penyelesaian untuk $\hat{\theta}_0$ dan $\emptyset_1$ sesungguhnya terjadi dengan titik-titik dimana turunan pertama persamaan (2.13) dan persamaan (2.14) adalah nol, yaitu pada saat SSE minimum. Hal ini dapat diverifikasi dengan menghitung turunan kedua yang menunjukkan

$$\frac{\partial^2 \sum_{t=2}^{T} a_t{}^{2}}{\partial \theta_0{}^{2}} > 0$$

dan

$\frac{\partial^2 \sum_{t=2}^{T} a_t^{\ 2}}{\partial \phi_1^{\ 2}} > 0.$

Selanjutnya akan dicari nilai

$$\frac{\partial ln \sum_{t=2}^{T} f\ \ Z_t : \theta_0, \phi_1, \sigma_a^2}{\partial \sigma_a^2} = -\frac{T-1}{2\sigma_a^2} + \frac{1}{2\sigma_a^4} \sum_{t=2}^{T} Z_t - \theta_0 - \phi_1 Z_{t-1}\ ^2 = 0,$$

$\sigma_a^2 = \sum_{t=2}^{T} \frac{Z_t - \theta_0 - \phi_1 Z_{t-1}\ ^2}{T-1} = 0$ (Aswi dan Sukarna, 2006).

B. Konsep Dasar Time Series

Time series adalah serangkaian pengamatan terhadap suatu variabel yang diambil dari waktu ke waktu dan dicatat secara berurutan menurut urutan waktu kejadiannya dengan interval waktu yang tetap. Secara umum, tujuan dari analisis *time series* adalah menemukan bentuk atau pola dari data pada masa lalu dan menggunakan bentuk tersebut untuk melakukan peramalan pada masa yang akan datang. Data yang dianalisis *time series* haruslah data yang stasioner dalam varians dan *mean* (Niswatul, 2012).

Deret waktu (*time series)* merupakan serangkaian data pengamatan yang terjadi berdasarkan indeks waktu secara berurutan dengan interval waktu tetap. Analisis *time series* adalah salah satu prosedur statistika yang diterapkan untuk meramalkan struktur probabilistik keadaan yang akan terjadi di masa yang akan datang dalam rangka pengambilan keputusan. Tujuan analisis *time series* antara lain untuk meramalkan kondisi di masa yang akan datang, mengetahui hubungan antara variabel, dan kepentingan kontrol yang untuk mengetahui apakah proses terkendali atau tidak (Aswi dan Sukarna, 2006).

C. Stasioner dan Nonstasioner

Stasioner berarti bahwa tidak terdapat perubahan yang drastis pada data. Fluktuasi data berada di sekitar suatu nilai rata-rata yang konstan, tidak tergantung pada waktu dan variansi dari fluktuasi tersebut (Makridakis dalam Dewi, 2012). Data *time series* dikatakan stasioner jika rata-rata dan variansinya konstan, tidak ada unsur *trend* dalam data, dan tidak ada unsur musiman.

Apabila data tidak stasioner, maka perlu dilakukan modifikasi untuk menghasilkan data stasioner. Salah satu cara umum digunakan adalah metode pembedaan (*differencing*). Untuk menentukan apakah *series* stasioner, nonstasioner dapat dibantu dengan melihat plot dari *series* atau bentuk *difference*-nya. Proses *differencing* dapat dilakukan untuk beberapa periode sampai data stasioner, yaitu dengan cara mengurangkan suatu data dengan data sebelumnya.

Syarat suatu data *time series* dapat dimodelkan adalah stasioner baik dalam rata-rata maupun variansi. Salah satu cara untuk membuat data menjadi stasioner terhadap variansi adalah transformasi data seperti yang ditunjukkan pada Tabel 2.1.

Tabel 2.1 Nilai-nilai λ dengan transformasinya

Nilai λ (lamda)	**Transformasi**
-1,0	$\frac{1}{Z_t}$
-0,5	$\frac{1}{\sqrt{Z_t}}$
0,0	Ln Z_t
0,5	$\sqrt{Z_t}$
1,0	Z_t

Sumber: Aswi dan Sukarna (2006)

D. Fungsi ACF dan PACF

Dalam metode *time series,* alat utama untuk mengidentifikasi model dari data yang akan diramalkan adalah dengan menggunakan fungsi autokorelasi/*Autocorelation Fungtion (ACF)* dan fungsi autokorelasi parsial/ *Partial Autocorelation Fungtion (PACF).*

1. *Autocorelation Fungtion (ACF)*

ACF atau fungsi autokorelasi merupakan suatu hubungan linear pada data *time series* antara *Zt* dengan *Zt+k* yang dipisahkan oleh waktu *k*. ACF ini dapat digunakan untuk mengidentifikasi model *time series* dan melihat kestasioneran data dalam mean. Rumus fungsi Autokorelasi adalah (Wei dalam Ardita 2010) seperti pada persamaan (2.18).

$$\rho_k = \frac{cov\,(Z_t, Z_{t+k})}{\sqrt{var\ Z_t}\ \sqrt{var(Z_{t+k})}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \qquad (2.18)$$

dan kovarians antara Z_t dan Z_{t+k} adalah pada persamaan (2.19) sampai dengan (2.20).

$$\gamma_k = Cov\ Z_t, Z_{t+k} = E(Z_t - \mu)(Z_{t+k} - \mu) \qquad (2.19)$$

$dengan$:

$$Var\ Z_t = Var\ Z_{t+k} = \gamma_0 \qquad (2.20)$$

γ_k = fungsi autokoveransi

ρ_k = fungsi autokorelasi

Sedangkan fungsi autokorelasi yang dihitung berdasarkan sampel data dapat dirumuskan seperti pada persamaan (2.21).

$$\hat{\rho}_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} Z_t - \bar{Z}\quad Z_{t+k} - \bar{Z}}{\sum_{t=1}^{n} Z_t - \bar{Z}\ ^2}\ , untuk\ k = 0,1,2 \qquad (2.21)$$

2. ***Partial Autocorelation Fungtion (PACF).***

Fungsi autokorelasi parsial merupakan korelasi antara Z_t dengan Z_{t+k} setelah Z_t dijelaskan oleh Z_{t-1}, Z_{t-2}, … , Z_{t-k+1}. Fungsi autokorelasi parsial menurut Wei (Ardita 2010) dirumuskan seperti pada persamaan (2.22).

$$\rho_k = \frac{Cov\,(Z_t-\hat{Z}_t),(Z_{t+k}--\hat{Z}_{t+k})}{\overline{var\ Z_t--\hat{Z}_t}\ \ \overline{var(Z_{t+k}--\hat{Z}_{t+k})}} \quad (2.22)$$

Fungsi autokorelasi parsial dinotasikan dengan $\emptyset_{kk}$: k = 1,2, ... , yakni himpunan autokorelasi parsial untuk lag k didefinisikan seperti pada persamaan (2.23) (Jumroh, 2005).

$$\emptyset_{kk} = \frac{|\rho_{-k}{}^{*}|}{|\rho_{-k}|} \quad (2.23)$$

dengan ρ_{-k} : matriks autokorelasi kxk dan $\rho_{-k}{}^{*}$: matriks autokorelasi dengan kolom terakhir diganti dengan $\begin{matrix}\rho_1\\ \rho_2\\ \vdots\\ \rho_n\end{matrix}$

E. Model Time Series

Proses pada *time series* secara umum memiliki beberapa model, diantaranya Model AR (*Autoregressive*), Model MA (*Moving Average*), Model Campuran ARMA (*Autoregressive Moving Average*), Model ARIMA (*Autoregressive Integrated Moving Average*) (Makridakis dalam Amaliah, 2015).

1. **Model *Autoregressive* (AR)**

Model *autoregressive* adalah model hasil regresi dengan dirinya sendiri pada waktu-waktu sebelumnya. Bentuk umum dari model autoregressive pada orde ke- p atau AR(p) adalah seperti pada persamaan (2.24) (Wei, 2006).

$$Z_t = \emptyset_1 Z_{t-1} + \emptyset_2 Z_{t-2} + \cdots + \emptyset_p Z_{t-p} + a_t \quad (2.24)$$

dimana : $\emptyset_p$ = parameter autoregressive ke-p

a_t = nilai residual pada saat t

2. Model *Moving Average* (MA)

Model *moving average* disebut juga sebagai model rata-rata bergerak. Bentuk umum dari model *moving average* pada orde ke- q atau MA(q) adalah seperti pada persamaan (2.25) (Wei,2006).

$$Z_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \cdots - \theta_q a_{t-q} \quad (2.25)$$

dimana : θ_q = parameter autoregressive ke-q

a_t = nilai residual pada saat t

3. Model Campuran *Autoregressive Moving Average* (ARMA)

Model ARMA merupakan model campuran dari model AR dan MA. Bentuk umum dari model ARMA dengan orde ke- p,q adalah seperti pada persamaan (2.26).

$$Z_t = \emptyset_1 Z_{t-1} + \emptyset_2 Z_{t-2} + \cdots + \emptyset_p Z_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \cdots - \theta_q a_{t-q} \quad (2.26)$$

dengan : $\emptyset_p$ = parameter autoregressive ke-p

θ_q = parameter autoregressive ke-q

a_t = nilai residual pada saat t

F. Proses *white noise*

Proses *white noise* merupakan salah satu bentuk proses stasioner. Proses ini didefenisikan sebagai bentuk variabel random yang berurutan tidak saling berkorelasi dan mengikuti distribusi tertentu. Rata-rata dari proses ini adalah konstan $\mu_a = E(\varepsilon_t)$ dan diasumsikan bernilai nol dan mempunyai variansi konstan $Var\ \varepsilon_t = \sigma_a^2$. Nilai kovarian dari proses ini $\gamma_k = Cov\ \varepsilon_t, \varepsilon_{t+k} = 0$ untuk semua $k \neq 0$.

Suatu proses *white noise* memiliki fungsi autokovarian, yaitu:

$$\gamma_k = \begin{matrix} {\sigma_a}^2\ untuk\ k = 0 \\ 0\ untuk\ nilai\ k\ lainnya \end{matrix}$$

G. Uji Efek Heteroskedastisitas

Asumsi ketiga pada suatu fungsi regresi adalah apabila variasi dari faktor pengganggu selalu sama pada data pengamatan yang satu ke data pengamatan yang lain. Jika ciri ini dipenuhi, berarti variasi faktor pengganggu pada kelompok data tersebut bersifat homoskedastik atau var $\in_1^2 = \sigma^2$. Jika asumsi itu tidak dapat dipenuhi, maka dapat dikatakan terjadi penyimpangan. Penyimpangan terhadap faktor penganggu sedemikian itu disebut heteroskesdastisitas.

Efek heteroskedastisitas dapat diperiksa melalui uji pengali Lagrange yang dilakukan pada residual model rata-rata bersyarat. Hipotesisnya adalah:

H_0: $a_1 = a_2 = \cdots = a_k = 0$ (tidak ada efek ARCH sampai *lag-k)*

H_1: paling sedikit terdapat satu $a_k \neq 0$ (terdapat efek ARCH, paling tidak pada sebuah *lag*)

Menurut Fitriyah (2012) Statistik uji yang digunakan adalah seperti pada persamaan (2.27).

$$\xi = TR^2 \qquad (2.27)$$

dimana *T* adalah ukuran sampel dan R^2 adalah besarnya kombinasi keragaman yang dapat dijelaskan data deret waktu sebelumnya seperti pada persamaan (2.28).

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \hat{x}_i - \bar{x}\;^{2}}{\sum_{i=1}^{n} x_i - \bar{x}\;^{2}} \tag{2.28}$$

H_0 : ditolak apabila nilai ξ lebih besar dari α yang berarti masih ada heteroskedastsitas.

H. Model ARCH

Model yang dapat digunakan untuk mengatasi variansi residual yang tidak konstan dalam data *time series* finansial adalah model ARCH yang diperkenalkan pertama kali oleh Engle pada tahun 1982. Pada model ARCH variansi residual sangat dipengaruhi oleh residual di periode sebelumnya ε_{t-1}^2 (wei, 2006).

Ide pokok model ARCH adalah residual (ε_t) dari asset return tidak berkorelasi secara parsial, tetapi dependen dan keterikatan $\varepsilon_t$dapat dijelaskan oleh fungsi kuadratik sederhana (Tsay, 2005). Model ARCH ini, merupakan model variansi dan model yang digunakan untuk peramalan ialah model mean terbaik yang diestimasi secara bersama-sama dengan model variansi untuk memperoleh dugaan parameternya. Model mean yang digunakan dapat berupa model-model ARIMA (Hamilton, 1994).

Menurut Tsay (2005), lebih spesifikasi lagi, suatu model ARCH orde p diasumsikan bahwa seperti pada persamaan (2.29) sampai dengan (2.30).

$$\varepsilon_t = \sigma_t X_t \tag{2.29}$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2\varepsilon_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_p\varepsilon_{t-p}^2 \quad (2.30)$$

dengan $X_t \sim i.i.d\ N\ \mu, \sigma^2\ , \alpha_0 > 0, dan\ \alpha_i \geq 0\ untuk\ i > 0.$ Pada kenyataannya X_t sering diasumsikan mengikuti distribusi normal baku, maka model ARCH dapat dicirikan dengan $\varepsilon_t = \bar{\sigma}_t^2 X_t$ dengan σ_t^2 untuk menotasikan variansi bersyarat dalam persamaan. Model variansi yang memenuhi persamaan *ARCH* (*p*) adalah model variansi yang menghubungkan antara variansi residual pada waktu ke-t dengan kuadrat residual pada waktu sebelumnya.

I. Pengujian Efek ARCH

Untuk mengetahui masalah heteroskedastisitas dalam *time series* yang dikembangkan oleh Engle dikenal dengan uji ARCH-LM. Ide pokok uji ini adalah bahwa variansi residual bukan hanya fungsi dari variabel independen tetapi tergantung pada residual kuadrat pada periode sebelumnya (Enders dalam Jurna, 2015).

Jika terdapat efek ARCH dalam residual, maka model ARCH tidak diperlukan. Karena model ARCH dapat dinyatakan sebagai model AR dalam komponen residual kuadrat. Maka dari itu biasanya dilakukan pengujian terhadap adanya efek ARCH dalam residual sebelum mengestimasi model ARCH untuk *time series* . Pengujian *Lagrange Multiplier* (LM) sederhana untuk efek ARCH dapat dikonstruksikan pada persamaan regresi seperti pada persamaan (2.31) sampai dengan (2.33).

$$\varepsilon_t{}^2 = a_0 + a_1\varepsilon_{t-1}{}^2 + \cdots + a_p\varepsilon_{t-p}{}^2 + v_1 \quad (2.31)$$

$$LM = TR^2 \quad (2.32)$$

dengan,

T = ukuran sampel

R^2 = koefisien determinasi

q = banyaknya periode waktu sebelumnya yang mempengaruhi data sekarang

dengan,

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \hat{x}_i - \bar{x}^{\ 2}}{\sum_{i=1}^{n} x_i - \bar{x}^{\ 2}} \tag{2.33}$$

Jika $LM > X_{\alpha}^2$, mengindikasikan adanya pengaruh ARCH (Endres dalam Jurna, 2015).

J. Kriteria Pemilihan Model Terbaik

Pada pemodelan data *time series*, ada kemungkinan terdapat beberapa model yang sesuai yaitu semua parameternya signifikan, sisa memenuhi asumsi *white noise* serta berdistribusi normal. Untuk menentukan model yang terbaik dari beberapa model yang memenuhi syarat tersebut dapat digunakan beberapa kriteria anatara lain:

1. *Mean Square Error* (MSE)

Mean square error adalah suatu kriteria pemilihan model terbaik berdasarkan pada hasil sisa peramalannya. Kriteria MSE dirumuskan seperti pada persamaan (2.34) sampai dengan (2.35).

$$MSE = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} \hat{a}_t^{\ 2} \tag{2.34}$$

dengan $\hat{a}_t$= taksiran sisa pada peramalan

$$\hat{a}_t = (Z_t - \hat{Z}) \tag{2.35}$$

N = banyaknya sisa

Semakin kecil nilai MSE berarti nilai taksiran semakin mendekati nilai sebenarnya, atau model yang dipilih merupakan model terbaik (Aswi dan Sukarna, 2006).

2. *Akaike's Information Criterion* (AIC)

Akaike's information criterion adalah suatu kriteria pemilihan model terbaik yang diperkenalkan oleh Akike's pada tahun 1973 dengan mempertimbangkan banyaknya parameter dalam model. Kriteria AIC dapat dirumuskan seperti pada persamaan (2.36).

$$AIC = n \times \ln \frac{SSE}{n} + 2f + n + n \times \ln(2\pi) \tag{2.36}$$

dengan:

ln = natural log

SSE = Sum Square Error

n = banyaknya pengamatan

f =banyaknya parameter dalam model

π = 3,14

Semakin kecil nilai AIC yang diperoleh berarti semakin baik model yang digunakan (Aswi dan Sukarna, 2006).

3. *Schwartz Bayesian Criterion* (SBC)

Schwartz bayesian criterion adalah kriteria pemilihan model terbaik yang berdasarkan pada nilai yang terkecil. Kriteria tersebut dirumuskan seperti pada persamaan (2.37).

$$SBC = n \ln \frac{SSE}{n} + f \ln n + n \ln (2\pi) \tag{2.37}$$

dimana :

ln = natural log

SSE = Sum Square Error

n = banyaknya pengamatan

f = banyaknya parameter dalam model (p+d+q)

Semakin kecil nilai SBC yang diperoleh, semakin baik model yang digunakan (Aswi dan Sukarna, 2006).

K. Regresi Linier Berganda

Analisis regresi berganda mempunyai langkah yang sama dengan regresi sederhana. Hanya disini analisisnya lebih kompleks serta lebih banyak didasarkan pada asumsi. Dengan memperluas model regresi dengan variabel terikat Y dan k variabel bebas X_1, X_2, X_3, … ,X_k dapat dituliskan seperti pada persamaan (2.38) (Lina, 2010).

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i\,1} + \beta_2 X_{i\,2} + \cdots + \beta_{k-1} X_{i\,k-1} + u \qquad (2.38)$$

$i = 1,2,\ldots,n\ dan\ u \sim N(0,\sigma^2)$

$dengan$:

Y_i adalah variable tidak bebas untuk pengamatan ke-i, untuk i= 1,2,…,n.

$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_{p-1}$ adalah parameter.

$X_{i\,1}, X_{i\,2}, \ldots, X_{i\,p-1}$ adalah variable bebas.

ε_i adalah residual untuk pengamatan ke-I yang diasumsikan berdistribusi normal yang saling bebas dan identik dengan rata-rata 0 (nol) dan variansi σ^2.

Dalam notasi matriks persamaan (2.38) dapat ditulis menjadi persamaan (2.39).

$$Y = X\beta + \varepsilon \qquad (2.39)$$

dengan:

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} 1 & X_{1\,1} & X_{1\,2} & \dots & X_{1\,p-1} \\ 1 & X_{2\,1} & X_{2\,2} & \dots & X_{2\,p-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{n\,1} & X_{n\,2} & \dots & X_{n\,p-1} \end{bmatrix}, \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_{p-1} \end{bmatrix} \quad dan$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

Y adalah vektor variabel tidak bebas berukuran n x 1.

X adalah matriks variabel bebas berukuran n x (p-1).

β adalah vektor parameter berukuran p x 1.

ε adalah vektor residual berukuran n x 1.

Asumsi-asumsi klasik yang melandasi regresi linier berganda adalah kenormalan residual, heterokesdastisitas dan multikoliniearitas antara variabel bebas. Asumsi yang sering tidak terpenuhi adalah asumsi nonmultikolinearitas berarti bahwa tidak terdapat hubungan linier antara variabel-variabel bebas dalam model regresi (Illati, 2012).

L. Metode *Ordinary Least Square* (OLS)

Metode ordinary least square ialah prosedur penarikan garis regresi yang memilih suatu garis regresi dan membuat jumlah kuadrat jarak vertical dari titik-titik yang dilalui garis lurus tersebut sekecil mungkin. Metode ini mempunyai sifat-sifat asumsi kebebasan tertentu dan asumsi kenormalan, prosedur untuk pengujian hipotesis dan perkiraan dengan asumsi ini dikenal baik (Sprent dalam Yunion, 2015).

Persamaan model regresi yang ditunjukkan persamaan (2.40).

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon \tag{2.40}$$

Persamaan untuk mencari nilai estimasi parameter β_0 yang ditunjukkan pada persamaan (2.41).

$$\beta_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i \ (\sum_{i=1}^{n} x_i^2) - (\sum_{i=1}^{n} x_i)(\sum_{i=1}^{n} x_i y_i)}{n \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2} \tag{2.41}$$

Persamaan untuk mencari nilai estimasi parameter $\beta_1$yang ditunjukkan pada persamaan (2.42).

$$\beta_1 = \frac{n(\sum_{i=1}^{n} x_i y_i) - (\sum_{i=1}^{n} x_i) \ \sum_{i=1}^{n} y_i}{n \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2} \tag{2.42}$$

dengan *n* adalah banyaknya data dalam observasi.

M. Euro

Euro adalah mata uang tunggal untuk Benua Eropa khususnya yang tergabung di Uni Eropa. Meskipun begitu namun saat ini tidak/belum semua negara sana menggunakan mata uang yang mempunyai lambang “**€**” ini. Negara yang terakhir gabung adalah Latvia pada tanggal 1 Januari 2014. Sedangkan yang tidak menggunakan, misalnya Inggris dan beberapa negara skandinavia. Konon Inggri s tetap memakai Poundsterling dikarenakan dulu sempat menjadi mata uang internasional (sebelum Dollar Amerika Serikat). Karena keegoisan dan kegengsian inilah Inggris tetap mempertahankan Poundsterling. Keputusan Inggris sepertinya tepat. Setidaknya untuk kemarin-kemarin pada saat Yunani mengalami krisis. Karena Yunani juga sama menggunakan Euro, maka secara otomatis negara-negara lain pengguna Euro juga akan mengalami dampak kemerosotan nilai Euro.

Tanggal 1-4 Januari 1999, sebelas negara yang tergabung di Uni Eropa meluncurkan Euro untuk mata uang tunggal bagi anggotanya atas dasar Persetujuan Maastricht. Sejak saat itu Euro mulai digunakan pada pasar perdagangan uang. Sebelas negara tersebut iyalah: Austria, Belgia, Finlandia, Prancis, Jerman, Irlandia, Italia, Luksemburg, Belanda, Porugal, dan Spanyol.

Saat memulai debut di pasar keuangan dunia, satu Euro dihargai US$1,17. Tiga tahun kemudian, tepatnya pada tanggal 1 Januari 2002 barulah uang fisik Euro mulai digunakan.

Secara otomatis sebelas negara penggagasnya menggantikan mata uang lamanya dengan mata uang Euro. Yaitu:

1. Schilling (Austria)
2. Franc (Belgia)
3. Markka (Finlandia)
4. Franc (Prancis)
5. Mark (Jerman)
6. Lira (Italia)
7. Punt (Irlandia)
8. Franc (Luksemburg)
9. Guilder (Belanda)
10. Escudo (Portugal)
11. Peseta (Spanyol).

Kini sudah ada delapan belas negara Uni Eropa yang menggunakan mata uang euro. Sejumlah teritori khusus non anggota Uni Eropa juga menggunakan uang euro. Mereka adalah Monako dan Vatikan.

N. Penelitian Terdahulu

Athoillah, dkk., (2012) *estimasi* parameter model *time series regression* dengan *noise* ARMA(p) dan ARCH(r)-mean menggunakan metode *maksimum likelihood*. Penelitian ini menjelaskan tentang penerapan *model time series regression* dengan *noise* AR(p) dan ARCH(r)-mean menggunakan metode *maksimum likelihood* pada data volume dan harga nilai tukar mata uang Euro terhadap USD time frame 30 menit yang berbentuk ECN di perusahan Alpari-US. Dari penerapan yang dilakukan akan dipilih model terbaik. Berdasarkan uji signifikansi parameter dan uji validasi model melalui nilai AIC, SBC, MSE dan kenormalan residual, diperoleh bahwa model *time series regression* dengan *noise* AR(2) dan ARCH(1)-mean adalah model terbaik.

Lulik dan Nuri (2012) aplikasi model ARCH-GARCH dalam peramalan tingkat inflasi. Penelitian ini membahas data inflasi dimodelkan dengan metode ARIMA Box-Jenkins dan dideteksi terdapat adanya kasus heteroskedastisitas. Penerapan model ARCH-GARCH dalam penelitian ini ditujukan untuk mengatasi adanya heteroskedastisitas pada data tingkat inflasi. Setelah dilakukan peramalan dengan menggunakan ARCH(1) yang telah terbentuk, maka dapat diketahui ramalan tingkat inflasi untuk dua belas periode berikutnya pada tahun 2012.

Prisca dan Hendro (2013) peramalan data saham *S&P* 500 *INDEX* menggunakan model TARCH. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui model peramalan terbaik dari data nilai saham S&P 500 INDEX dan menentukan hasil peramalan data tersebut untuk periode berikutnya. Model yang digunakan dalam penelitian ini merupakan salah satu model dalam *time series* yaitu model TARCH. Dari hasil penelitian diperoleh bahwa model terbaik adalah TARCH(1,2). Untuk meramalkan nilai harga saham S&P *500 INDEX* pada periode selanjutnya digunakan langkah yaitu memodelkan kuadrat residual, ragam bersyarat residual, serta memasukkan variabel *threshold* (asimetris) dengan melihat tanda residual ke-121. Hasil peramalan dari model TARCH(1,2) memiliki persentase kesalahan yang relative kecil, sehingga model ini baik diterapkan dalam meramalkan nilai harga saham S&P INDEX untuk periode selanjutnya.

BAB III

METODE PENELITIAN

A. Jenis Penelitian

Jenis penelitian ini adalah jenis penelitian teori dan terapan, yaitu penelitian yang mengkaji tentang fungsi *Maximum Likelihood* untuk mengestimasi parameter ARCH(r)-mean dan menerapkannya ke dalam pemodelan nilai tukar EURO terhadap Rupiah dengan bantuan Software E-*views*.

B. Sumber Data

Sumber data yang digunakan dalam penelitian ini berasal dari data sekunder yaitu data harian nilai tukar (kurs) EURO terhadap Rupiah yang diperoleh dari Bank Indonesia dalam kurung waktu 29 Oktober 2008 sampai dengan 3 Juni 2016.

C. Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan pada bulan April sampai dengan September 2016 dan bertempat di perpustakaan dan laboratorium komputer Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Makassar.

D. Prosedur Penelitian

Prosedur penelitian ini, dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Estimasi parameter model ARCH(r)-mean menggunakan metode *maximum likelihood*, dengan cara sebagai:

   a. Model *time series regression* dinyatakan dalam bentuk sistem persamaan regresi $y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{t1} + \beta_2 x_{t2} + \cdots + \beta_c x_{tc} + \varepsilon_t$ $untuk\ t = 1, 2, \ldots, T$.

   b. Model regresi diestimasi menggunakan metode OLS dengan cara meminimumkan fungsi $Q = \varepsilon^T \varepsilon$.

   c. Model *time series regression* didefenisikan dengan *noise* AR(2) terbaik dalam bentuk system persamaan regresi

      $y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{t1} + \beta_2 x_{t2} + \cdots + \beta_c x_{tc} + \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} + \cdots + \emptyset_p \varepsilon_{t-p} + v_t$

      $v_t \sim N\ 0, \sigma^2\ \ dengan\ t = 1, 2, \ldots, T$.

   d. Parameter model *time series regression noise* AR(2) diestimasi menggunakan MLS dengan asumsi bahwa $v_t \sim N\ 0, \sigma^2$. Diperoleh dengan meminimumkan jumlah kuadrat error $G = \sum_{t=1}^{T} v_t^{\,2}$.

   e. Varian residual modelkan dari *model time series regression* dengan *noise* AR(2).

   f. Model *time series regression* didefenisikan dengan *noise* AR(p) dan ARCH(r)-*mean* dalam bentuk persamaan regresi

      $y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{t1} + \beta_2 x_{t2} + \cdots + \beta_c x_{tc} + \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} + \cdots + \emptyset_p \varepsilon_{t-p} + v_t + \gamma\ \overline{\square_t}$

      $\square_t = a_0 + \sum_{t=1}^{T} a_i v_{t-i}^{\,2}$

$v_t|F_{t-1} \sim N(0, ?_t)$ $dan\ t = 1, 2, \ldots, T$.

g. Parameter model *time series regression* diestimasi dengan *noise* ARMA(p) dan ARCH(r)-*mean* dengan menggunakan *maximum likelihood*.

2. Parameter data nilai tukar EURO terhadap Rupiah dengan model ARCH(r)-*mean* dimodelkan dan diestimasi menggunakan metode *maximum likelihood* yang ditunjukkan pada Gambar 3.1 adalah:

   a. Data nilai tukar (kurs) EURO terhadap Rupiah diambil dari www.bi.go.id ,

   b. Plot data dibuat untuk mengetahui data stasioner terhadap mean dan variansi. Data belum stasioner dalam mean dan variansi maka data ditransformasi lalu di log return, jika belum stasioner terhadap terhadap variansi atau rata-rata maka dilakukan langkah sebelumnya,

   c. Analisis model ARMA,

      1) Plot ACF dibuat untuk identifikasi model MA dan PACF untuk mengidentifikasi model AR,

      2) Model ARMA diidentifikasi dengan melihat plot ACF dan PACF,

      3) Parameter model ARMA diestimasi, dilihat dari nilai probabilitas yang lebih kecil dari $\alpha = 0,05$,

4) Pemeriksaan diagnostik model ARMA dilakukan dengan uji t, uji Ljung-Box, dan kriteria pemilihan model terbaik dilihat dari nilai AIC, SBC, dan MSE yang terkecil,
5) Jika tidak terpenuhi ARMA yang terbaik, maka diulangi mulai langkah 2) sampai didapatkan model yang terbaik,

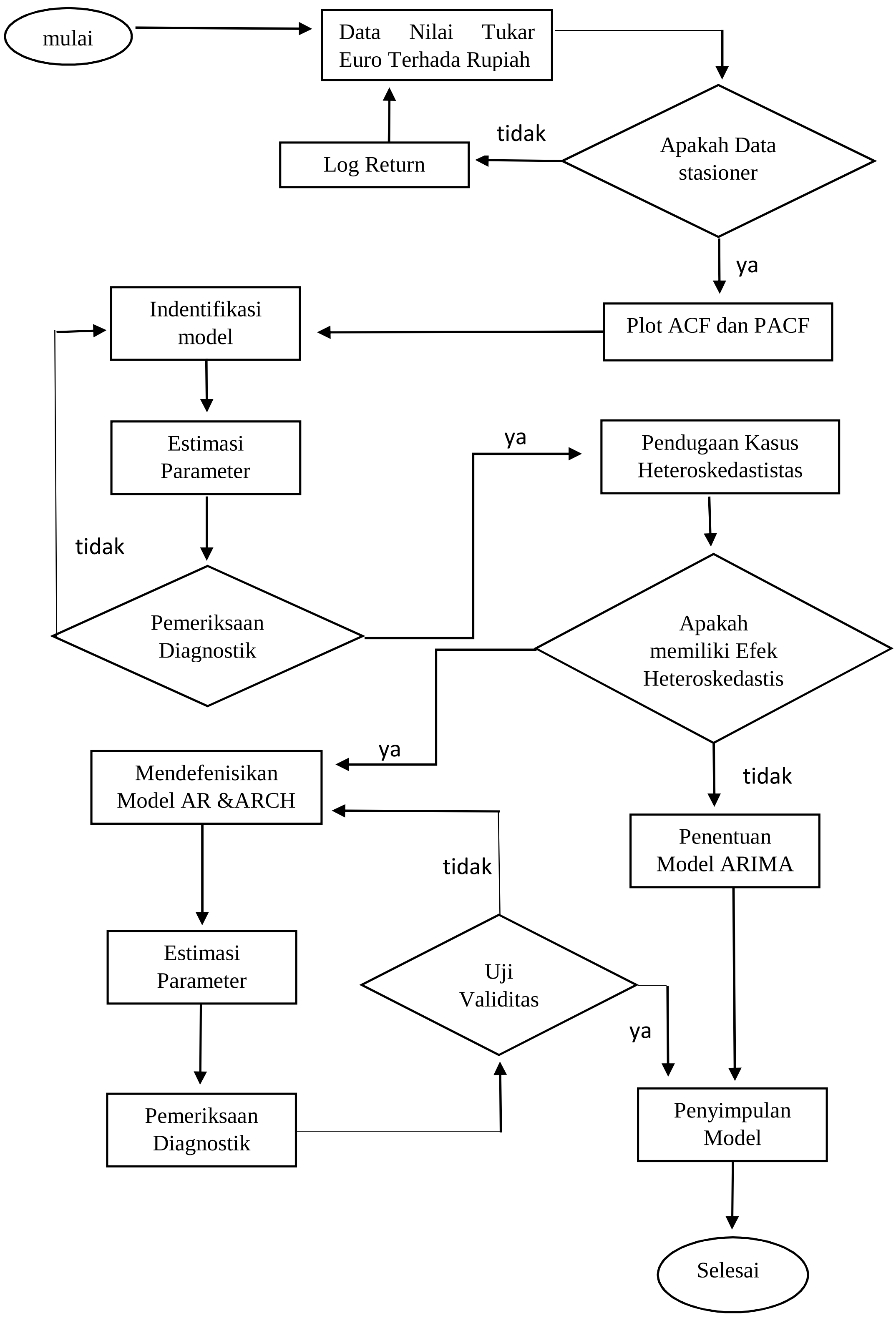
d. Model *time series regression* dengan *noise* ARMA(p,q) dan ARCH(r)-mean didapat dari kuadrat residual model ARMA(p,q) terbaik, dengan tahapan sebagai berikut:

1) Pendugaan kasus heteroskedastistas dan identifikasi dengan Plot ACF dan PACF kuadrat residual dari model ARMA(p,q) terbaik, untuk melihat ke-*white noise*-an kuadrat residual dan diidentifikasi model ARCH(r)-*mean*,
2) Kuadrat residualnya *white noise*, maka tidak ada kasus heteroskedastista sehingga model ARMA(p,q) yang didapat merupakan model yang terbaik. Jika kuadrat residualnya tidak white noise, diduga memiliki kasus heteroskedastistas maka perlu dilakukan langkah selanjutnya,
3) Defenisi model ARCH,
4) Parameter noise ARMA(p,q) dan ARCH(r)-mean diestimasi menggunakan metode *Maximum Likelihood*,
5) Uji diagnostik model dengan uji t , model yang sesuai dilihat dari nilai probabilitas yang lebih kecil dari $\alpha = 0{,}05$, dan

kriteria pemilihan model terbaik dilihat dari nilai AIC, SBC, dan MSE yang terkecil,

6) Uji validitas, model tidak sesuai dan tidak valid, maka diulangi mulai langkah 1) sampai didapatkan yang terbaik,

e. Model *time series regression* dengan *noise* ARMA(p,q) dan ARCH(r)-*Mean* disimpulkan berdasar pada hasil olah data.



Gambar 3.1 Skema Prosedur Penelitian

BAB IV

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

A. Hasil Penelitian

1. Hasil Penurunan Fungsi Metode Maximum Likelihood dalam Estimasi Parameter Model ARCH(r)-MEAN

Regresi merupakan suatu metode yang berupaya meramalkan variansi suatu peubah dari sejumlah fakta lain yang disebut peubah bebas. Bentuk umum sebuah model regresi untuk X peubah bebas ditunjukkan pada persamaan 2.38.

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i\,1} + \beta_2 X_{i\,2} + \cdots + \beta_{k-1} X_{i\,k-1} + \varepsilon_t \qquad (2.38)$$

Dalam notasi matriks persamaan (2.38) dapat ditulis menjadi persamaan (2.39) dan dapat diubah sesuai dengan yang ditunjukkan pada persamaan (4.1).

$$\varepsilon = Y - X\beta \qquad (4.1)$$

dengan :

Y adalah variabel tidak bebas

X adalah variabel bebas

β adalah parameter

ε adalah residual

Model regresi persamaan (2.39) diestimasi menggunakan metode ordinary least square, dengan cara meminimumkan fungsi $Q = \varepsilon^T \varepsilon$, sehingga diperoleh fungsi seperti yang ditunjukkan pada persamaan (4.2).

$$Q = \quad Y - X\beta \ ^T \ Y - X\beta$$

$$Q = \; Y^T - \beta^T X^T \quad Y - X\beta$$

$$Q = Y^T Y - 2X^T \beta^T Y + X^T \beta^T X\beta \qquad (4.2)$$

Syarat cukup agar fungsi (4.2) mempunyai nilai minimum adalah $\frac{\partial Q}{\partial \beta} = 0$, sehingga fungsi seperti yang ditunjukkan pada persamaan (4.3).

$$\frac{\partial Q}{\partial \beta} = -2X^T Y + 2X^T X\beta = 0$$

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T Y \qquad (4.3)$$

Model AR(p) dibentuk dari residual error $\varepsilon = Y - X\hat{\beta}$ yang didapatkan. Model yang diperoleh dari tahap identifikasi, parameter-parameter yang belum diketahui dari model yang didapatkan diestimasi. Langkah selanjutnya adalah memodelkan residual tersebut dalam bentuk model AR(p) (Athoillah, dkk., 2012). Untuk mempermudah dalam pembuktian AR(p), maka model AR(p) yang terbaik kita misalkan. Jika model time series regression yang terbaik adalah AR(2) maka dapat dituliskan seperti yang ditunjukkan pada persaman (4.4) sampai dengan persamaan (4.5).

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t1} + \beta_2 X_{t2} + \beta_3 X_{t3} + \beta_4 X_{t4} + \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} + \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} + \upsilon_t \qquad (4.4)$$

$$\upsilon_t = y_t - \quad \beta_0 + \beta_1 X_{t1} + \beta_2 X_{t2} + \beta_3 X_{t3} + \beta_4 X_{t4} + \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} + \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} \qquad (4.5)$$

Dengan asumsi $\upsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$, maka estimasi model time series regression pada persamaan (4.5) menggunakan metode least square dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat residual $G = \sum_{t=1}^{T} \upsilon_t{}^2$, seperti yang ditunjukkan pada persamaan (4.6).

$$G = \sum_{t=1}^{T} \; y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} \;^2 \qquad (4.6)$$

Syarat cukup agar fungsi (4.6) mempunyai nilai minimum adalah turunan pertama terhadap parameter β_0,β_1,β_2,β_3,β_4,$\emptyset_1$,dan $\emptyset_2$ disamakan 0 yang ditunjukkan pada persamaan (4.7) sampai dengan persamaan (4.13).

$$\frac{\partial G}{\partial \beta_0} = \sum_{t=1}^{T} -2(y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2}) = 0$$

$$\sum_{t=1}^{T} -2(y_t - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2}) + \sum_{t=1}^{T} 2\beta_0 = 0$$

$$-2\beta_0 = -2 \sum_{t=1}^{T} (y_t - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2})$$

$$\beta_0 = \sum_{t=1}^{T} (y_t - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2}) \qquad (4.7)$$

$$\frac{\partial G}{\partial \beta_1} = \sum_{t=1}^{T} -2X_{t1}(y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2}) = 0$$

$$\sum_{t=1}^{T} -2X_{t1}(y_t - \beta_0 - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2}) + \sum_{t=1}^{T} 2\beta_1 {X_{t1}}^2 = 0$$

$$-2\beta_1 \sum_{t=1}^{T} {X_{t1}}^2 = -2 \sum_{t=1}^{T} X_{t1}(y_t - \beta_0 - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2})$$

$$\beta_1 = \frac{\sum_{t=1}^{T} X_{t1}(y_t - \beta_0 - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2})}{\sum_{t=1}^{T} {X_{t1}}^2} \qquad (4.8)$$

$$\frac{\partial G}{\partial \beta_2} = \sum_{t=1}^{T} -2X_{t2}(y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2}) = 0$$

$$\sum_{t=1}^{T} -2X_{t2}(y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2}) + \sum_{t=1}^{T} 2\beta_2 {X_{t2}}^2 = 0$$

$$-2\beta_2 \sum_{t=1}^{T} {X_{t2}}^2 = -2 \sum_{t=1}^{T} X_{t2}(y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2})$$

$$\beta_2 = \frac{\sum_{t=1}^{T} X_{t2}(y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2})}{\sum_{t=1}^{T} {X_{t2}}^2} \qquad (4.9)$$

$$\frac{\partial G}{\partial \beta_3} = \sum_{t=1}^{T} -2X_{t3}(y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2}) = 0$$

$$\sum_{t=1}^{T} -2X_{t3}(y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2}) + \sum_{t=1}^{T} 2\beta_3 {X_{t3}}^2 = 0$$

$$-2\beta_3 \sum_{t=1}^{T} {X_{t3}}^2 = -2 \sum_{t=1}^{T} X_{t3}(y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2})$$

$$\beta_3 = \frac{\sum_{t=1}^{T} X_{t3}(y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2})}{\sum_{t=1}^{T} {X_{t3}}^2} \qquad (4.10)$$

$$\frac{\partial G}{\partial \beta_4} = \sum_{t=1}^{T} -2X_{t4}(y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2}) = 0$$

$$\sum_{t=1}^{T} -2X_{t4}(y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2}) + \sum_{t=1}^{T} 2\beta_4 {X_{t4}}^2 = 0$$

$$-2\beta_4 \sum_{t=1}^{T} {X_{t4}}^2 = -2 \sum_{t=1}^{T} X_{t4}(y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2})$$

$$\beta_4 = \frac{\sum_{t=1}^{T} X_{t4}(y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2})}{\sum_{t=1}^{T} {X_{t4}}^2} \qquad (4.11)$$

$$\frac{\partial G}{\partial \emptyset_1} = \sum_{t=1}^{T} -2\varepsilon_{t-1}(y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2}) = 0$$

$$\sum_{t=1}^{T} -2\varepsilon_{t-1}(y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2}) + \sum_{t=1}^{T} 2\emptyset_1 {\varepsilon_{t-1}}^2 = 0$$

$$-2 \sum_{t=1}^{T} \emptyset_1 {\varepsilon_{t-1}}^2 = -2 \sum_{t=1}^{T} \varepsilon_{t-1}(y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2})$$

$$\emptyset_1 = \frac{\sum_{t=1}^{T} \varepsilon_{t-1}(y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2})}{\sum_{t=1}^{T} {\varepsilon_{t-1}}^2} \qquad (4.12)$$

$$\frac{\partial G}{\partial \emptyset_2} = \sum_{t=1}^{T} -2\varepsilon_{t-2}(y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2}) = 0$$

$$\sum_{t=1}^{T} -2\varepsilon_{t-2}(y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1}) + \sum_{t=1}^{T} 2\emptyset_2 \varepsilon_{t-2}^{\;2} = 0$$

$$-2\sum_{t=1}^{T} \emptyset_2 \varepsilon_{t-2}^{\;2} = -2\sum_{t=1}^{T} \varepsilon_{t-2}(y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1})$$

$$\emptyset_2 = \frac{\sum_{t=1}^{T} X \varepsilon_{t-2_{t4}}(y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1})}{\sum_{t=1}^{T} \varepsilon_{t-2}^{\;2}} \qquad (4.13)$$

Berdasarkan hasil turunan fungsi (4.6) terhadap parameter β_0,β_1,β_2,β_3,β_4,$\emptyset_1$,dan $\emptyset_2$ terlihat bahwa persamaan masih berbentuk implisit, sehingga untuk mendapatkan nilai estimatornya menggunakan eviews.

Dari model time series regression dengan noise AR(2) terbaik didapat v. Residual dari model time series regression dengan noise AR(2) dimodelkan menjadi model time series regression dengan noise AR(2) dan ARCH-Mean seperti ditunjukkan pada persamaan (4.14) sampai dengan persamaan (4.16).

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t1} + \beta_2 X_{t2} + \beta_3 X_{t3} + \beta_4 X_{t4} + \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} + \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} + \gamma \overline{h_t} + v_t \qquad (4.14)$$

$$v_t = y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} - \gamma \overline{h_t} \qquad (4.15)$$

dengan

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{r} \alpha_i v_{t-1}^{\;2}, \qquad (4.16)$$

$v_t|F_{t-1} \sim N(0, h_t)$, $untuk\ t = 1,2, \ldots T$

F_{t-1} = fungsi distributif kumulatif

Fungsi kepadatan peluang dari $v_t = (v_1, v_2, \ldots v_T)$ yang ditunjukkan pada persamaan (4.17).

$$f(v_t|\beta, \emptyset, \alpha, \gamma, h_t) = \frac{1}{\overline{2\pi h_t}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{v_t - 0}{\overline{h_t}}\right)^2\right) \qquad (4.17)$$

dengan

$\beta = (\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4)$

$\emptyset = (\emptyset_1, \emptyset_2)$

$\alpha = \quad \alpha_0, \alpha_1$

Misalkan ω adalah himpunan parameter dari $\beta, \emptyset, \alpha, \gamma$ yakni $\omega = \quad \beta, \emptyset, \alpha, \gamma$ maka fungsi kepadatan peluang bersyaratnya yang ditunjukkan pada persamaan (4.18)

$$f(v_t|\omega) = \frac{1}{2\pi h_t}\exp \quad -\frac{1}{2} \quad \frac{v_t - 0}{h_t} \quad ^2 \tag{4.18}$$

Sedangkan fungsi kepadatan peluang bersamanya yang ditunjukkan pada persamaan (4.19) sampai dengan persaman (4.20)

$$L(\omega|v_t) = \prod_{t=1}^{T} \quad \frac{1}{2\pi h_t}\exp \quad -\frac{1}{2} \quad \frac{v_t - 0}{h_t} \quad ^2 \tag{4.19}$$

$$L(\omega|v_t) = \prod_{t=1}^{T} \quad 2\pi h_t \quad ^{-1/2}\exp - \frac{1}{2} \quad \frac{v_t - 0}{h_t} \quad ^2 \tag{4.20}$$

Fungsi likelihood dari fungsi kepadatan peluang pada persamaan (4.20) dapat dijabarkan seperti yang ditunjukkan pada persamaan (4.21) sampai dengan persamaan (4.23).

$$\ln L(\omega|v_t) = \ln \prod_{t=1}^{T} \quad 2\pi h_t \quad ^{-1/2}\exp - \frac{1}{2} \quad \frac{v_t - 0}{h_t} \quad ^2 \tag{4.21}$$

$$= -\frac{T}{2}\ln \; 2\pi \quad - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} \quad ln\, h_t + \frac{{v_t}^2}{h_t} \tag{4.22}$$

$$\ln L(\omega|v_t) = -\frac{T}{2}\ln \; 2\pi \quad - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} \quad \ln \alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2 \quad + \frac{1}{\alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2} \quad y_t - \beta_0 -$$

$$\beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} - \gamma \quad \overline{\alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2} \quad ^2 \tag{4.23}$$

Fungsi likelihood pada persamaan (4.23) diturunkan terhadap parameter $\beta, \emptyset, \alpha, \gamma$ untuk nilai estimasi $\beta, \emptyset, \alpha, \gamma$ yang ditunjukkan pada persamaan (4.24) sampai dengan persamaan (4.33).

$$\frac{\partial(\ln L(\omega))}{\partial\beta_0} = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} - \frac{2}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} \;\; y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} -$$

$$\emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} - \gamma \;\; \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2} \;\; = 0$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} \frac{2\beta_0}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} - \frac{2}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} \;\; y_t - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} -$$

$$\beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} - \gamma \;\; \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2} \;\; = 0$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} \frac{2\beta_0}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} = \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} - \frac{2}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} \;\; y_t - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} -$$

$$\beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} - \gamma \;\; \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2}$$

$$\beta_0 = \frac{\sum_{t=1}^{T} \frac{1}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} \;\; y_t - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} - \gamma \;\; \sqrt{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2}}{\sum_{t=1}^{T} \frac{1}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2}} \quad (4.24)$$

$$\frac{\partial(\ln L(\omega))}{\partial\beta_1} = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} - \frac{2}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} X_{t1} \;\; y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} -$$

$$\beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} - \gamma \;\; \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2} \;\; = 0$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} \frac{2\beta_1}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} {X_{t1}}^2 - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} - \frac{2}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} X_{t1} \;\; y_t - \beta_0 - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} -$$

$$\beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} - \gamma \;\; \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2} \;\; = 0$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} \frac{2\beta_1}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} {X_{t1}}^2 = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} \frac{2}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} X_{t1} \;\; y_t - \beta_0 - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} -$$

$$\beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} - \gamma \;\; \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2}$$

$$\beta_1 = \frac{\sum_{t=1}^{T} \frac{1}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} X_{t1} \;\; y_t - \beta_0 - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} - \gamma \;\; \sqrt{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2}}{\sum_{t=1}^{T} \frac{1}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} {X_{t1}}^2} \quad (4.25)$$

$$\frac{\partial(\ln L(\omega))}{\partial\beta_2} = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} - \frac{2}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} X_{t2} \quad y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} -$$

$$\beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} - \gamma \quad \overline{\alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2} \quad = 0$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} \frac{2\beta_2}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} {X_{t2}}^2 - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} - \frac{2}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} X_{t2} \quad y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_3 X_{t3} -$$

$$\beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} - \gamma \quad \overline{\alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2} \quad = 0$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} \frac{2\beta_2}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} {X_{t2}}^2 = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} \frac{2}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} X_{t2} \quad y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_3 X_{t3} -$$

$$\beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} - \gamma \quad \overline{\alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2}$$

$$\beta_2 = \frac{\sum_{t=1}^{T} \frac{1}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} X_{t2} \quad y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} - \gamma \quad \overline{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2}}{\sum_{t=1}^{T} \frac{1}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} {X_{t2}}^2} \qquad (4.26)$$

$$\frac{\partial(\ln L(\omega))}{\partial\beta_3} = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} - \frac{2}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} X_{t3} \quad y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} -$$

$$\beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} - \gamma \quad \overline{\alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2} \quad = 0$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} \frac{2\beta_3}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} {X_{t3}}^2 - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} - \frac{2}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} X_{t3} \quad y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} -$$

$$\beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} - \gamma \quad \overline{\alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2} \quad = 0$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} \frac{2\beta_3}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} {X_{t3}}^2 = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} \frac{2}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} X_{t3} \quad y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} -$$

$$\beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} - \gamma \quad \overline{\alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2}$$

$$\beta_3 = \frac{\sum_{t=1}^{T} \frac{1}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} X_{t3} \quad y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} - \gamma \quad \overline{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2}}{\sum_{t=1}^{T} \frac{1}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} {X_{t3}}^2} \qquad (4.27)$$

$$\frac{\partial(\ln L(\omega))}{\partial\beta_4} = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} - \frac{2}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} X_{t4} \quad y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} -$$

$$\beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} - \gamma \quad \overline{\alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2} \quad = 0$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} \frac{2\beta_4}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} X_{t4}{}^2 - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} - \frac{2}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} X_{t4} \quad y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} -$$

$$\beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} - \gamma \quad \overline{\alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2} \quad = 0$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} \frac{2\beta_4}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} X_{t4}{}^2 = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} \frac{2}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} X_{t4} \quad y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} -$$

$$\beta_3 X_{t3} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} - \gamma \quad \overline{\alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2}$$

$$\beta_4 = \frac{\sum_{t=1}^{T} \frac{1}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} X_{t4} \quad y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} - \gamma \quad \overline{\alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2}}{\sum_{t=1}^{T} \frac{1}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} X_{t4}{}^2} \tag{4.28}$$

$$\frac{\partial(\ln L(\omega))}{\partial\emptyset_1} = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} - \frac{2}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} \varepsilon_{t-1} \quad y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} -$$

$$\beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} - \gamma \quad \overline{\alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2} \quad = 0$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} \frac{2\emptyset_1}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} \varepsilon_{t-1}{}^2 - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} - \frac{2}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} \varepsilon_{t-1} \quad y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} -$$

$$\beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} - \gamma \quad \overline{\alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2} \quad = 0$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} \frac{2\emptyset_1}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} \varepsilon_{t-1}{}^2 = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} \frac{2}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} \varepsilon_{t-1} \quad y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} -$$

$$\beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} - \gamma \quad \overline{\alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2}$$

$$\emptyset_1 = \frac{\sum_{t=1}^{T} \frac{1}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} \varepsilon_{t-1} \quad y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} - \gamma \quad \overline{\alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2}}{\sum_{t=1}^{T} \frac{1}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} \varepsilon_{t-1}{}^2} \tag{4.29}$$

$$\frac{\partial(\ln L(\omega))}{\partial \emptyset_2} = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} - \frac{2}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2}\varepsilon_{t-2} \quad y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} -$$

$$\beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} - \gamma \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2} = 0$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\frac{2\emptyset_2}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2}\varepsilon_{t-2}{}^2 - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} - \frac{2}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2}\varepsilon_{t-2} \quad y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} -$$

$$\beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \gamma \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2} = 0$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\frac{2\emptyset_2}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2}\varepsilon_{t-2}{}^2 = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\frac{2}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2}\varepsilon_{t-2} \quad y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} -$$

$$\beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \gamma \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2}$$

$$\emptyset_2 = \frac{\sum_{t=1}^{T}\frac{1}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2}\varepsilon_{t-2} \quad y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \gamma \sqrt{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2}}{\sum_{t=1}^{T}\frac{1}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2}\varepsilon_{t-2}{}^2} \qquad (4.30)$$

$$\frac{\partial(\ln L(\omega))}{\partial \alpha_0} = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} \frac{1}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} - \frac{1}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2{}^{\frac{3}{2}}}\gamma \quad y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} -$$

$$\beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} - \gamma \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2} -$$

$$\frac{1}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2{}^2} \quad y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} -$$

$$\emptyset_2 \varepsilon_{t-2} - \gamma \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2}^{\;2} = 0 \qquad (4.31)$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} \frac{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2{}^{\frac{3}{2}} - \alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2{}^{1}}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2{}^{\frac{5}{2}}}\gamma \quad y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} -$$

$$\beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} - \gamma \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2} - \frac{1}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2{}^2} \quad y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} -$$

$$\beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} - \gamma \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2}^{\;2} = 0$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} \frac{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2{}^{\frac{7}{2}} - \alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2{}^{3}}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2{}^{\frac{9}{2}}}\gamma \;\; y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} -$$

$$\beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} - \gamma \;\overline{\alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2} \; - \frac{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2{}^{\frac{5}{2}}}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2{}^{\frac{9}{2}}} \;\; y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} -$$

$$\beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} - \gamma \;\overline{\alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2}^{\,2} = 0$$

$$\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} - \alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2{}^{\frac{5}{2}} \;\; y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1}$$

$$- \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} - \gamma \;\overline{\alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2}^{\,2}$$

$$= \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} \;\; \alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2{}^{\frac{7}{2}}$$

$$- \;\; \alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2{}^{3}\gamma \;\; y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4}$$

$$- \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} - \gamma \;\overline{\alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2}$$

$$\frac{\partial(\ln L(\omega))}{\partial \alpha_1} = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} \frac{v_{t-1}^2}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2} - \frac{1}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2{}^{\frac{3}{2}}}\gamma v_{t-1}^2 \;\; y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} -$$

$$\beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} - \emptyset_2 \varepsilon_{t-2} - \gamma \;\overline{\alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2} \; -$$

$$\frac{1}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2{}^{2}} \;\; y_t - \beta_0 - \beta_1 X_{t1} - \beta_2 X_{t2} - \beta_3 X_{t3} - \beta_4 X_{t4} - \emptyset_1 \varepsilon_{t-1} -$$

$$\emptyset_2 \varepsilon_{t-2} - \gamma \;\overline{\alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2}^{\,2} = 0 \qquad (4.32)$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\frac{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2{}^{\frac{3}{2}}v_{t-1}^2-\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2{}^{1}}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2{}^{\frac{5}{2}}}\gamma v_{t-1}^2\ \ y_t-\beta_0-\beta_1 X_{t1}-\beta_2 X_{t2}-$$

$$\beta_3 X_{t3}-\beta_4 X_{t4}-\emptyset_1\varepsilon_{t-1}-\emptyset_2\varepsilon_{t-2}-\gamma\ \overline{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2}\ -\frac{1}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2{}^{\frac{3}{2}}}\ y_t-\beta_0-$$

$$\beta_1 X_{t1}-\beta_2 X_{t2}-\beta_3 X_{t3}-\beta_4 X_{t4}-\emptyset_1\varepsilon_{t-1}-\emptyset_2\varepsilon_{t-2}-\gamma\ \overline{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2}^{\,2}\ =0$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\frac{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2{}^{\frac{7}{2}}v_{t-1}^2-\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2{}^{3}}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2{}^{\frac{9}{2}}}\gamma v_{t-1}^2\ \ y_t-\beta_0-\beta_1 X_{t1}-\beta_2 X_{t2}-$$

$$\beta_3 X_{t3}-\beta_4 X_{t4}-\emptyset_1\varepsilon_{t-1}-\emptyset_2\varepsilon_{t-2}-\gamma\ \overline{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2}\ -\frac{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2{}^{\frac{5}{2}}}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2{}^{\frac{9}{2}}}\ y_t-\beta_0-$$

$$\beta_1 X_{t1}-\beta_2 X_{t2}-\beta_3 X_{t3}-\beta_4 X_{t4}-\emptyset_1\varepsilon_{t-1}-\emptyset_2\varepsilon_{t-2}-\gamma\ \overline{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2}^{\,2}\ =0$$

$$\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}-\ \alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2{}^{\frac{5}{2}}\ \ y_t-\beta_0-\beta_1 X_{t1}-\beta_2 X_{t2}-\beta_3 X_{t3}-\beta_4 X_{t4}-\emptyset_1\varepsilon_{t-1}$$

$$-\emptyset_2\varepsilon_{t-2}-\gamma\ \overline{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2}^{\,2}$$

$$=\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\ \alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2{}^{\frac{7}{2}}v_{t-1}^2$$

$$-\ \ \alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2{}^{3}\gamma v_{t-1}^2\ \ y_t-\beta_0-\beta_1 X_{t1}-\beta_2 X_{t2}-\beta_3 X_{t3}$$

$$-\beta_4 X_{t4}-\emptyset_1\varepsilon_{t-1}-\emptyset_2\varepsilon_{t-2}-\gamma\ \overline{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2}$$

$$\frac{\partial(\ln L(\omega))}{\partial\gamma}=-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}-\frac{2}{\overline{\overline{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2}}}\ \ y_t-\beta_0-\beta_1 X_{t1}-\beta_2 X_{t2}-\beta_3 X_{t3}-$$

$$\beta_4 X_{t4}-\emptyset_1\varepsilon_{t-1}-\emptyset_2\varepsilon_{t-2}-\gamma\ \overline{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2}\ =0$$

$$-\sum_{t=1}^{T}\frac{\gamma\ \overline{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2}}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2}-\sum_{t=1}^{T}-\frac{1}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2}\ y_t-\beta_0-\beta_1 X_{t1}-\beta_2 X_{t2}-\beta_3 X_{t3}-$$

$$\beta_4 X_{t4}-\emptyset_1\varepsilon_{t-1}-\emptyset_2\varepsilon_{t-2}\ =0$$

$$\gamma=\sum_{t=1}^{T}-\frac{1}{\alpha_0+\alpha_1 v_{t-1}^2}\ y_t-\beta_0-\beta_1 X_{t1}-\beta_2 X_{t2}-\beta_3 X_{t3}-\beta_4 X_{t4}-\emptyset_1\varepsilon_{t-1}-$$

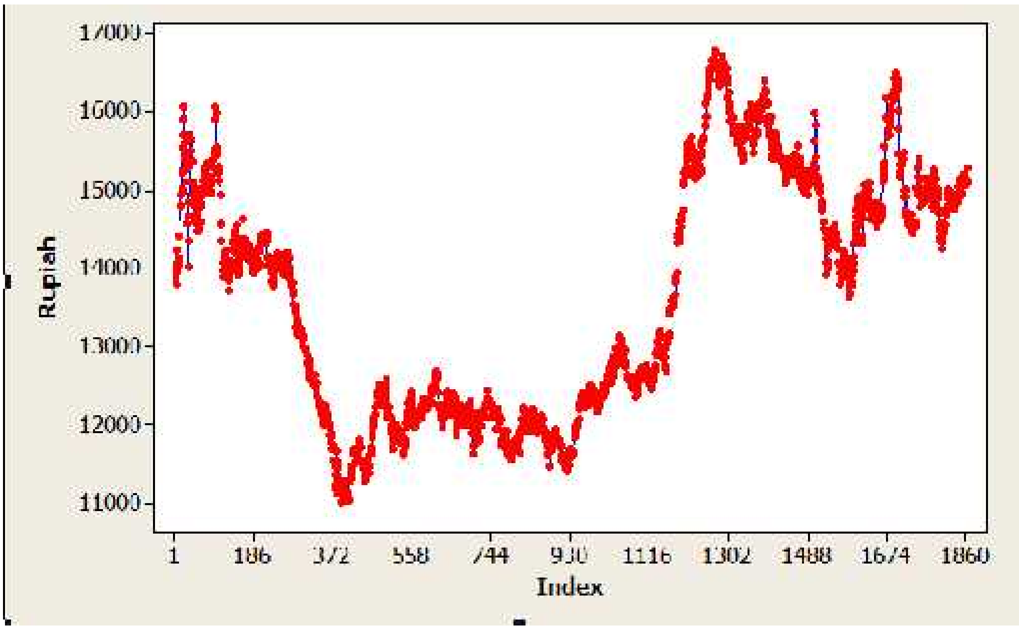
$$\emptyset_2\varepsilon_{t-2} \tag{4.33}$$

Berdasarkan hasil turunan fungsi likelihood pada persamaan (4.23) terhadap parameter $\beta, \emptyset, \alpha, \gamma$ terlihat bahwa persamaannya masih berbentuk implisit, sehingga untuk mendapatkan nilai estimatornya menggunakan *Eviews*.

2. Deskripsi data

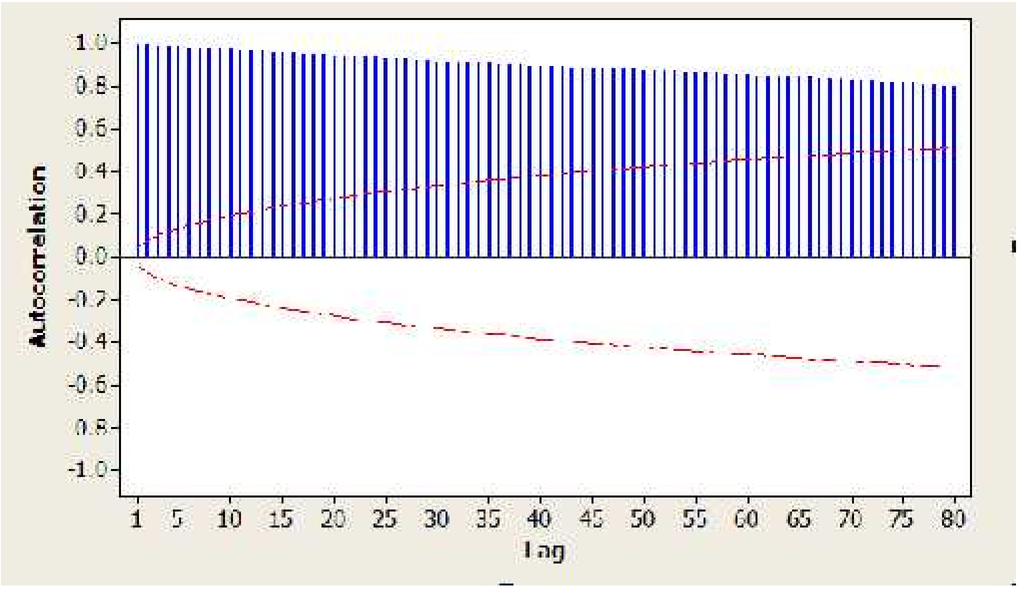
Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data adalah data kurs beli Euro terhadap Rupiah. Data diambil pada hari Senin-Jumat dan selain hari libur nasional mulai tanggal 29 Oktober 2008 sampai dengan 3 Juni 2016. Data ini berjumlah 1864 observasi yang bersumber dari Bank Indonesia yang diperoleh dari *website official* www.bi.go.id yang diakses pada tanggal 7 Juni 2016 pada pukul 10.21 WITA. Data terlampir pada Lampiran 1.

Plot time series data kurs beli Euro terhadap Rupiah periode 29 Oktober 2008 sampai dengan 3 Juni 2016 ditunjukkan pada Gambar 4.1.

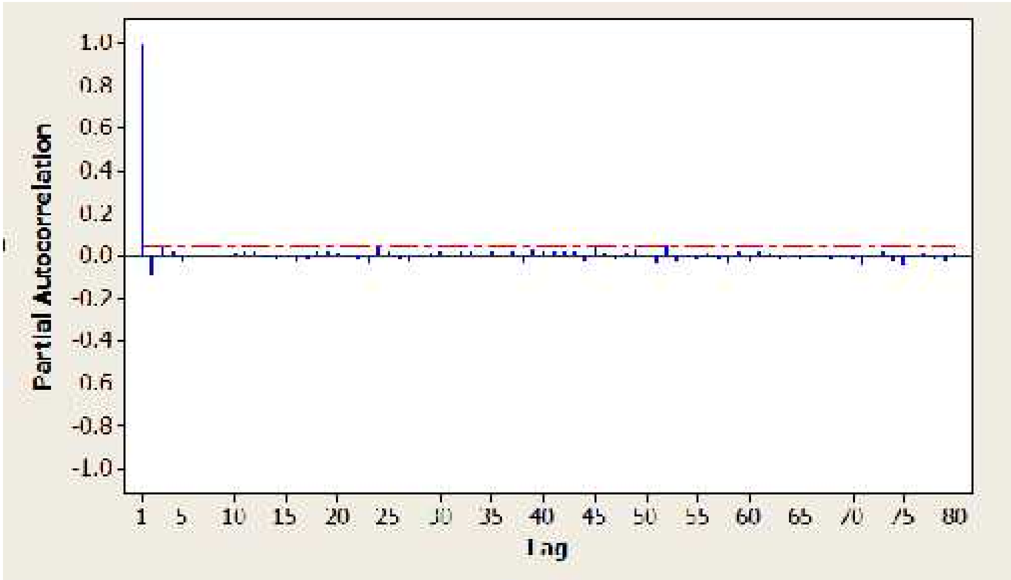


Gambar 4.1 Plot *Time Series* Data Kurs Euro terhadap Rupiah

Gambar 4.1 di atas menunjukkan bahwa data kurs Euro terhadap Rupiah mengalami perubahan secara terus menerus dari waktu ke waktu. Hal ini mengindikasikan bahwa data tidak stasioner dalam rata-rata maupun variansi. Hal ini juga ditunjukkan dengan plot ACF yang ditunjukkan pada Gambar 4.2, dan plot PACF yang ditunjukkan pada Gambar 4.3. Gambar 4.2 menunjukkan *lag*-1 sampai *lag*-80 pada plot ACF turun secara perlahan sehingga itu menunjukkan data tidak stasioner terhadap rata-rata.



Gambar 4.2 Plot ACF Kurs Euro terhadap Rupiah Taraf Siginifikan 5 %



Gambar 4.3 Plot PACF Kurs Euro terhadap Rupiah Taraf Signifikan 5%

Menurut Winarno (2009), Kestasioneran data juga dapat diindikasikan secara statistik menggunakan uji akar unit dalam hal ini menggunakan uji ADF (*Augmentd Dickey-Fuller*) agar lebih menunjukkan keakuratan kestasioneran data. Adapun hasil uji ADF untuk data Kurs Euro terhadap Rupiah dapat dilihat pada Tabel 4.1 dan Lampiran 3.

Tabel 4.1 Hasil Uji ADF untuk Data Kurs Euro terhadap Rupiah

	t-statistik	**Probabilitas**
ADF	-1,422650	0,5725
Level 1%	-3,433661	-
Level 5%	-2,862889	-
Level 10%	-2,567535	-

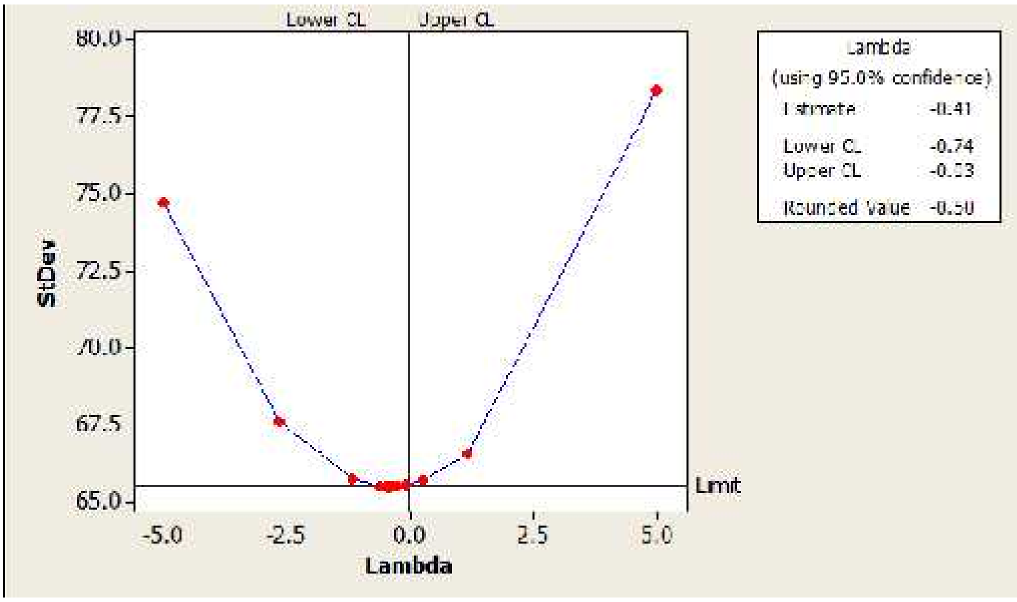
Sumber : Hasil olah data (2016)

Berdasarkan Tabel 4.1, menunjukkan bahwa nilai probabilitas ADF sebesar 0,5725 lebih besar dari tingkat signifikan α = 0,05 dan nilai absolut *t-statistic* (-1,422650) lebih besar dari nilai kritis pada level 5% (-2,862889) maka hal ini menunjukkan bahwa data belum stasioner.

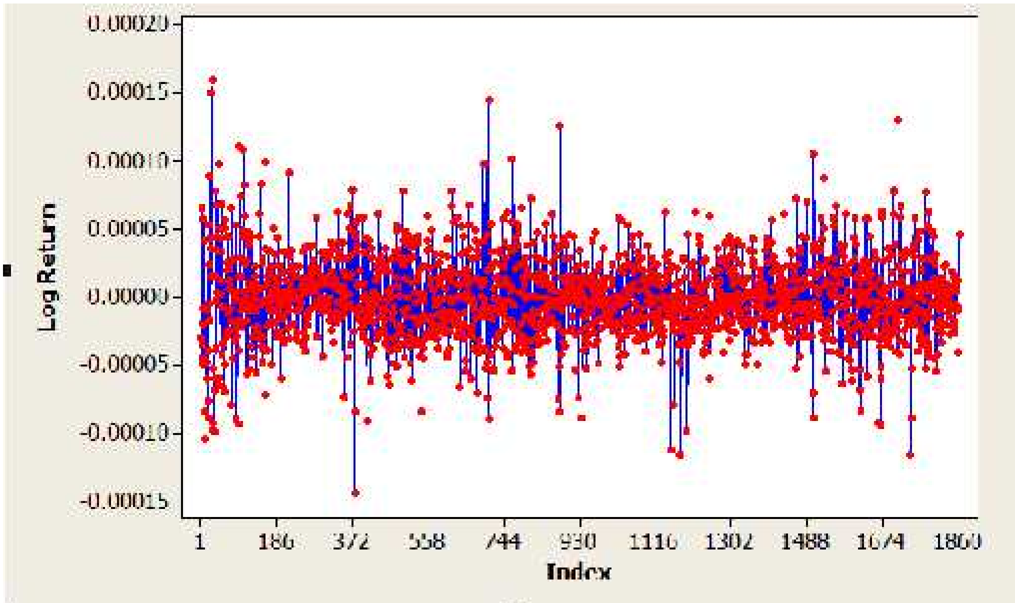
3. Log Return

Data Kurs Euro terhadap Rupiah tidak stasioner dalam rata-rata maupun variansi. Hal ini juga dapat dilihat pada Gambar 4.4 yang menunjukkan nilai lamda sebesar -0,50 yang dalam hal ini tidak memenuhi asumsi pada transformasi *Box-Cox* Sehingga perlu diubah kebentuk *log return* dengan mengacu pada Table 2.1. Transformasi membuat data lebih stasioner.

Plot *time series* dari hasil transformasi *log return* yang ditunjukkan pada Gambar 4.5, dari data yang terlampir pada Lampiran 2. Gambar 4.5 memperlihatkan bahwa data sudah stasioner.



Gambar 4.4 Plot *Box-Cox* Data Kurs Euro terhadap Rupiah



Gambar 4.5 Plot *Time Series Log Return* Kurs Euro terhadap Rupiah

Kestasioneran data *log return* Kurs Euro terhadap Rupiah menggunakan uji akar dalam hal ini menggunakan uji ADF (*Augmentend Dickey-Fuller*) yang ditunjukkan pada Tabel 4.2 dan Lampiran 3.

Tabel 4.2 Hasil Uji ADF untuk Data Kurs Euro terhadap Rupiah

	t-statistik	Probabilitas
ADF	-40,54218	0,000
Level 1%	-3,433661	-
Level 5%	-2,862889	-
Level 10%	-2,567535	-

Sumber : Hasil olah data (2016)

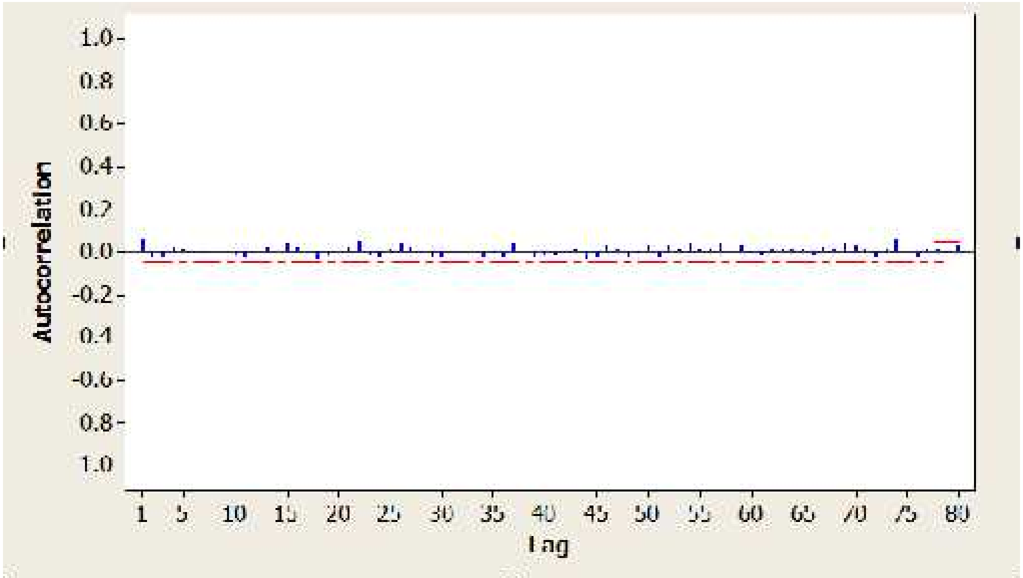
Berdasarkan Tabel 4.2 menunjukkan bahwa nilai probabiltasnya adalah 0,0000 lebih kecil dari tingkat signifikan $\alpha = 0{,}05$ dan nilai absolut *t-statistic* (-40,54218) lebih kecil dari nilai kritis pada level 5% (-2,862964) maka hal ini menunjukkan bahwa data stasioner.

Indikasi bahwa data sudah stasioner dalam rata-rata juga dapat dilihat pada Gambar 4.6 yang menunjukkan nilai ACF setelah *lag* pertama turun secara cepat mendekati nol, sehingga data stasioner dalam rata-rata. Oleh, karena itu, perlu dicari model rata-rata bersyarat terlebih dahulu.

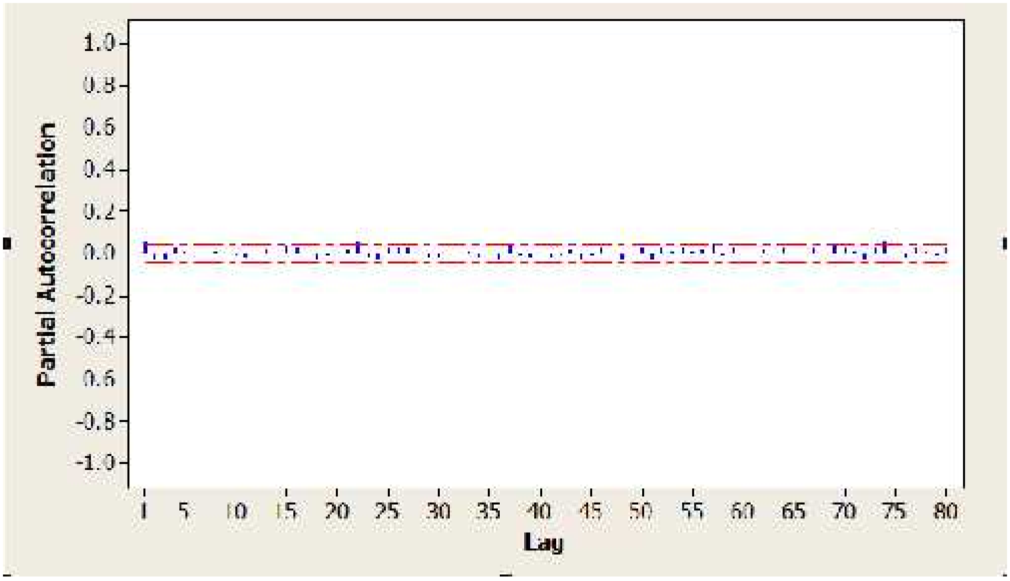
4. Pembentukan Model ARMA

a. Identifikasi Model ARMA

Pemodelan rata-rata bersyarat dari data stasioner dapat menggunakan model ARMA(p,q). untuk mengindentifikasi model ARMA yang cocok dapat dilihat dari gambar ACF pada Gambar 4.6 dan PACF pada Gambar 4.7. berdasarkan Gambar 4.6 dan Gambar 4.7 terlihat bahwa pada plot ACF, cut off after lag 1 dan pada plot PACF juga cut off after lag 1. Sehingga model yang mungkin sesuai adalah AR(1) atau MA(1) atau ARMA(1,1).



Gambar 4.6 Plot ACF dari Data Log Return Kurs Euro terhadap Rupiah Taraf Signifikan 5 %



Gambar 4.7 Plot PACF dari Data Log Return Kurs Euro terhadap Rupiah Taraf Signifikan 5%

b. Estimasi Parameter Model ARMA

Indikasi model awal menghasilkan model AR(1), MA(1), atau ARMA(1,1) sebagai model yang mungkin untuk memodelkan data log return. Hasil uji stastistik untuk pendugaan parameter model AR(1), MA(1), dan ARMA(1,1) masing-masing dapat dilihat pada Lampiran 4, 5, dan 6.

Diantara ketiga model dugaan sementara, model AR(1) dan MA(1) merupakan model yang sesuai karena parameternya signifikan dan memenuhi syarat *white noise*. Hasil estimasi parameter dari model AR(1) dan MA(1) dapat dilihat pada Tabel 4.3. Hasil estimasi parameter menunjukkan nilai $\emptyset$ dan θ signifikan tidak sam dengan nol karena memiliki probabilitas untuk AR(1) adalah 0,0080 dan untuk MA(1) adalah 0,0052 yang keduanya kurang dari nilai α = 0,05. Model AR(1) yang diperoleh adalah

$$Z_t = 0{,}061413Z_{t-1} + v_t,$$

sedangkan Model MA(1) yang diperoleh adalah

$$Z_t = v_t + 0{,}064738v_{t-1},$$

dengan r_t adalah log return pada waktu pada waktu t dan v_t residual yang dihasilkan pada model waktu t.

Tabel 4.3 Hasil Estimasi Model AR(1) dam MA(1) pada Data Log Return

	Model AR(1)	**Model MA(1)**
Variabel	$\emptyset$	θ
Koefisien	0,061413	0,064738
Standar Error	0,023145	0,023143
t-statistik	2,653356	2,797306
Probabilitas	0,0080	0,0052
AIC	-17,91708	-17,91736
SC	-17,91411	-17,91626

Sumber : Hasil olah data (2016)

c. Uji Diagnostik Model ARMA

Model rata-rata bersyarat dikatakan baik jika residual yang dihasilkan sudah tidak memiliki autokorelasi. Autokorelasi residual dideteksi menggunakan uji statistik Breusch-Godfrey. Uji Breusch-Godfrey menggunakan 10 lag pertama karena pengujian pada lag-lag awal sudah mewakili untuk menunjukkan autokorelasi pada residual. Hipotesisnya adalah

H_0 : tidak terdapat autokorelasi di dalam residual model rata-rata bersyarat

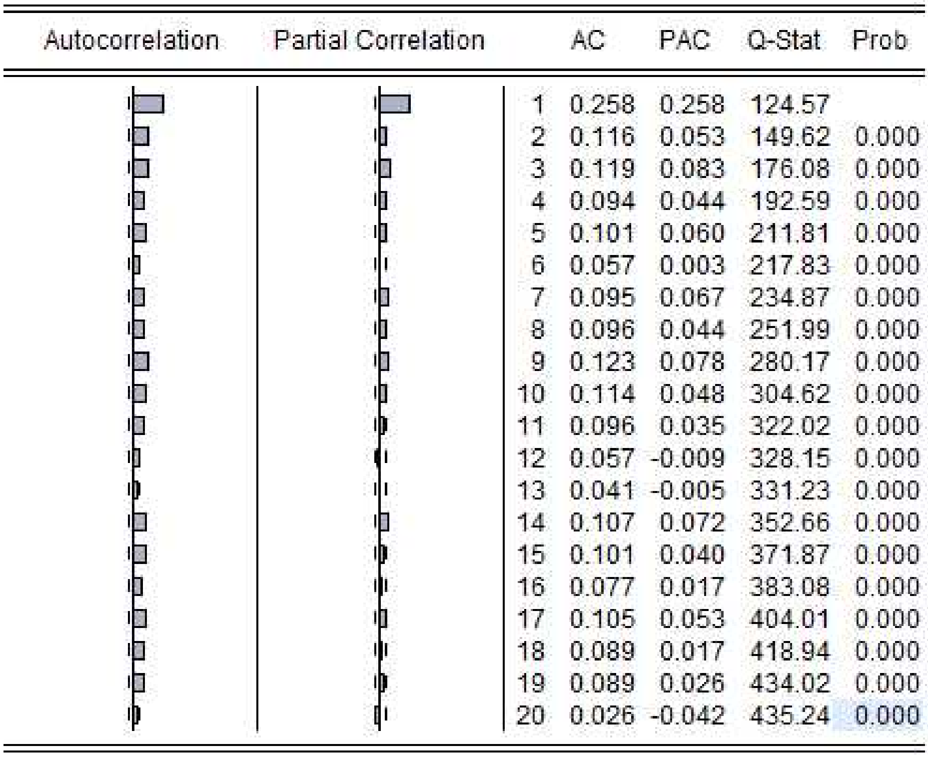
H_1 : terdapat autokorelasi di dalam residual model rata-rata bersyarat.

Statistik uji Breusch-Godfrey untuk residual model AR(1) dan model MA(1) sampai lag-10 dapat dilihat pada lampiran 7. Nilai probabilitas uji Breusch-Godfrey untuk model AR(1) adalah 0,9540 sedangkan model MA(1) adalah 0,9460. Nilai ini lebih besar dari tingkat signifikansi α = 0,05 sehingga H_0 diterima. Jadi dapat disimpulkan residual model AR(1) dan MA(1) tidak memiliki autokorelasi.

5. Uji Efek Heteroscedastisitas

Residual model AR(1) dan MA(1) perlu diuji efek heteroscedastisitas. Uji efek heteroscedastisitas pada model AR(1) meliputi uji autokorelasi residual atau residual kuadratnya. Heteroscedastisitas pada suatu model akan terindifikasi jika residual model tersebut tidak memiliki autokorelasi atau memiliki autokorelasi pada kuadrat residual model tersebut. Autokorelasi pada kuadrat residual model AR(1) dan MA(1) dapat dilihat dari nilai ACF dan PACF yang ditujukkan pada Gambar 4.8 dan Gambar 4.9

.



Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.258	0.258	124.57	
		2	0.116	0.053	149.62	0.000
		3	0.119	0.083	176.08	0.000
		4	0.094	0.044	192.59	0.000
		5	0.101	0.060	211.81	0.000
		6	0.057	0.003	217.83	0.000
		7	0.095	0.067	234.87	0.000
		8	0.096	0.044	251.99	0.000
		9	0.123	0.078	280.17	0.000
		10	0.114	0.048	304.62	0.000
		11	0.096	0.035	322.02	0.000
		12	0.057	-0.009	328.15	0.000
		13	0.041	-0.005	331.23	0.000
		14	0.107	0.072	352.66	0.000
		15	0.101	0.040	371.87	0.000
		16	0.077	0.017	383.08	0.000
		17	0.105	0.053	404.01	0.000
		18	0.089	0.017	418.94	0.000
		19	0.089	0.026	434.02	0.000
		20	0.026	-0.042	435.24	0.000

Gambar 4.8 Plot ACF dan PACF Kuadrat Residual Model AR(1)

Gambar 4.8 dan Gambar 4.9 menunjukkan nilai ACF dan PACF pada lag signifikan dari nol yang berarti kuadrat residual memiliki autokorelasi. Hal ini diperkuat dengan uji statistik sampai pada lag 20 yang memberikan probabilitas lebih kecil dari α = 0,05 maka dapat disimpulkan bahwa kuadrat residual model AR(1) dan MA(1) memiliki autokorelasi. Adanya autokorelasi pada kuadrat residual model AR(1) dan MA(1) mengindentifikasikan adanya efek hetoroscedastisitas.

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.258	0.258	124.46	
		2	0.115	0.052	149.11	0.000
		3	0.119	0.083	175.45	0.000
		4	0.094	0.044	192.04	0.000
		5	0.102	0.061	211.50	0.000
		6	0.056	0.003	217.47	0.000
		7	0.095	0.067	234.37	0.000
		8	0.095	0.043	251.25	0.000
		9	0.122	0.078	279.32	0.000
		10	0.114	0.048	303.65	0.000
		11	0.096	0.035	321.06	0.000
		12	0.057	-0.008	327.26	0.000
		13	0.041	-0.005	330.35	0.000
		14	0.107	0.072	351.89	0.000
		15	0.101	0.040	371.11	0.000
		16	0.077	0.017	382.28	0.000
		17	0.105	0.053	403.18	0.000
		18	0.089	0.017	417.94	0.000
		19	0.090	0.026	433.09	0.000
		20	0.025	-0.042	434.29	0.000

Gambar 4.9 Plot ACF dan PACF Kuadrat Residual Model MA(1)

Uji LM Multiplier Residual

Efek heteroscedastisitas juga dapat diketahui menggunakan uji Lagrange Multipler (LM-ARCH) dengan rumus pada Persamaan (2.32). jika nilai Obs*R-squared > nilai X^2 tabel atau nilai probabilitasnya kurang dari signifikan $\alpha =$ 0,05 maka H_0 ditolak dan H_1 diterima, artinya terdapat ARCH efek. Hasil uji Lagrange Multiplier dari residual model AR(1) dan MA(1) menggunakan software eviews 7.1 yang ditunjukkan pada Tabel 4.4 dan Tabel 4.5 dan terlampir pada Lampiran 8.

Tabel 4.4 Hasil Uji Efek Heteroskedastisitas dari Residual Model AR(1)

Model Uji	Nilai Uji	Probabilitas lag 1
F-statistik	133,1043	0,0000
Obs *R-squared	124,3445	0,0000

Sumber : Hasil olah data (2016)

Berdasarkan hasil uji LM-ARCH pada Tabel 4.4 pada saat lag 1 nilai obs. R squared sebesar 124,3445 > nilai X^2 tabel (df = 1 pada α = 5%) sebesar 3,8415. Dapat juga dilihat pada Tabel 4.4 bahwa statistik uji LM sampai lag 1 untuk residual model AR(1) menghasilkan nilai probabilitas 0,0000. Nilai ini lebih besar dari α = 0,05 sehingga H_0 tidak diterima. Jadi dapat disimpulkan bahwa pada kuadrat residual model AR(1) memiliki efek ARCH atau efek heteroscedastisitas. Oleh karena itu, peramalan dengan model ARMA terjadi pelanggaran asumsi sehingga dilanjutkan pada pembentukan model ARCH.

Tabel 4.5 Hasil Uji Efek Heteroskedastisitas dari Residual Model MA(1)

Model Uji	Nilai Uji	Probabilitas lag 1
F-statistik	132,9711	0,0000
Obs *R-squared	124,2327	0,0000

Sumber : Hasil olah data (2016)

Berdasarkan hasil uji LM-ARCH pada Tabel 4.5 pada saat lag 1 nilai obs. R squared sebesar 124,2327 > nilai X^2 tabel (df = 1 pada α = 5%) sebesar 3,8415. Dapat juga dilihat pada Tabel 4.5 bahwa statistik uji LM sampai lag 1 untuk residual model MA(1) menghasilkan nilai probabilitas 0,0000. Nilai ini lebih kecil dari α = 0,05 sehingga H_0 tidak diterima. Jadi dapat disimpulkan bahwa pada kuadrat residual model MA(1) memiliki efek ARCH atau efek heteroscedasticity. Oleh karena itu, peramalan dengan model ARMA terjadi pelanggaran asumsi sehingga dilanjutkan pada pembentukan model ARCH.

6. Pembentukan Model ARCH

Setelah mengetahui adanya efek heteroscedastisitas pada residual kuadrat model AR(1) dan MA(1) yang terindikasi pada saat pemeriksaan diagnostik, maka akan ditindak lanjutkan dengan memodelkan residual model AR(1) dan MA(1) menjadi model ARCH.

Kriteria yang digunakan dalam menentukan model ARCH terbaik yaitu nilai probabilitas model kurang dari α = 0,05, serta nilai AIC dan SC terkecil. Berdasarkan identifikasi pada plot ACF dan PACF yang diturunkan secara eksponensial sehingga memungkinkan model yang cocok untuk residual kuadrat model AR(1) adalah AR(1) dan ARCH(1)-Mean, ARCH(1)-Mean, ARCH(1), atau AR(1) dan ARCH(1). Hasil uji statistik untuk menduga parameter model AR(1) dan ARCH(1)-Mean, ARCH(1)-Mean, ARCH(1), atau AR(1) dan ARCH(1) pada residual AR(1) dapat dilihat pada Tabel 4.6 dan untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada Lampiran 9.

Sedangkan, kemungkinan model yang cocok untuk residual kuadrat model MA(1) adalah MA(1) dan ARCH(1), MA dan ARCH(1)-Mean, ARCH(1), atau ARCH(1)- Mean. Hasil uji statistik untuk menduga parameter model MA(1) dan ARCH(1), MA dan ARCH(1)-Mean, ARCH(1), atau

ARCH(1)- Mean dapat dilihat pada Tabel 4.7 dan untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada Lampiran 10.

Tabel 4.6 Hasil Estimasi Model ARCH dari Residual Kuadrat Model AR(1)

No	Noise	Par.	Koefisien	Prob.	Nilai AIC	Nilai SC
1	AR(1) dan ARCH(1)	$\emptyset$	-0,004671	0,8602	-17,96647	-17,95755
		α_0	0,000000000755	0,0000		
		α_1	0,215800	0,0000		
2	ARCH(1)	α_0	0,000000000757	0,0000	-17,96688	-17,96094
		α_1	0,214326	0,0000		
3	ARCH(1)-M	α_0	0,000000000757	0,0000	-1796585	-17,95694
		α_1	0,214366	0,0000		
		γ	-0,006228	0,7889		
4	AR(1) dan ARCH(1)-M	$\emptyset$	-0,004680	0,8602	-17,96544	-17,95355
		α_0	0,000000000755	0,0000		
		α_1	0,215887	0,0000		
		γ	-0,006383	0,7834		

Sumber : Hasil olah data (2016)

Tabel 4.7 Hasil Estimasi Model ARCH dari Residual Kuadrat Model MA(1)

No	Noise	Par.	Koefisien	Prob.	Nilai AIC	Nilai SC
1	MA(1) dan ARCH(1)	$\emptyset$	-0,008890	0,7373	-17,96597	-17,95706
		α_0	0,000000000757	0,0000		
		α_1	0,214104	0,0000		
2	ARCH(1)	α_0	0,000000000757	0,0000	-17,96698	-17,96105
		α_1	0,213856	0,0000		
3	ARCH(1)-M	α_0	0,000000000757	0,0000	-1796595	-17,95705
		α_1	0,213907	0,0000		
		γ	-0,006811	0,7695		
4	MA(1) dan ARCH(1)-M	$\emptyset$	-0,006773	0,7373	-17,96494	-17,95307
		α_0	0,000000000757	0,0000		
		α_1	0,214165	0,0000		
		γ	-0,006773	0,7694		

Sumber : Hasil olah data (2016)

Hasil estimasi parameter menunjukkan bahwa model yang signifikan dari kedua model AR(1) dan MA(1) adalah model ARCH(1) yang memiliki probabilitas yang kurang dari nilai $\alpha = 0{,}05$. Model yang terbaik adalah model yang memiliki nilai AIC dan SC terkecil. Tabel 4.6 dan Tabel 4.7 menunjukkan bahwa residual kuadrat dari kedua model AR(1) dan MA(1) adalah Model ARCH(1) yang memiliki nilai AIC dan SC yang paling kecil dibandingkan dengan mode-model lainnya. Untuk memodelkan residual kuadrat model AR(1) digunakan model ARCH(1) sebagai berikut:

$$\sigma_t^2 = 0{,}000000000757 + 0{,}214326\varepsilon_{t-1}^2$$

dengan ε_t adalah residual model AR(1) pada waktu ke-t.

sedangkan residual kuadrat model MA(1) digunakan model ARCH(1) sebagai berikut:

$$\sigma_t^2 = 0{,}000000000757 + 0{,}213856\varepsilon_{t-1}^2$$

dengan ε_t adalah residual model MA(1) pada waktu ke-t.

Nilai AIC dan SC terkecil dari kedua model ARCH yang cocok dari model kuadrat residual AR(1) dan MA(1) adalah model ARCH(1) dengan kuadrat residual MA(1). Setelah mendapatkan model yang terbaik maka akan dilanjutkan dalam proses ramalan. Nilai residual data terakhir pada model MA(1) adalah 0,0000466. Dari nilai residual ini akan disubtitusi ke model terbaik seperti yang ditunjukkan pada proses di bawah ini.

$$\sigma_t^2 = 0{,}000000000757 + (0{,}213856 \text{ x } 0{,}0000466)$$

$$\sigma_t^2 = 0{,}00000996645$$

Hasil ramalan log return untuk periode selanjutnya adalah $0{,}00000996645$. Log return bukanlah data yang sebenarnya, sehingga data log return harus diubah ke dalam bentuk semula untuk melihat hasil ramalan kurs Euro terhadap Rupiah. Begitu pula untuk peramalan data-data diperiode selanjutnya.

Peramalan tersebut digunakan untuk mencari nilai ramalan kurs Euro terhadap Rupiah berdasarkan nilai ramalan log return. Hasil ramalan dapat dilihat pada Tabel 4.8

Tabel 4.8. Hasil Ramalan Data Kurs Euro Terhadap Rupiah Menggunakan Model ARCH(1) terbaik

Periode	**Tanggal**	**Nilai Ram. Log return**	**Nilai Ram. (Rupiah)**	**Nilai Kurs (Rupiah)**	**Residual Ram.**
1865	6 Juni 2016	0,000009960	15063,29	15210,76	Rp.147,47
1866	7 Juni 2016	0,000002130	15055,45	15104,58	Rp. 49,13
1867	8 Juni 2016	0,000000456	15053,76	14977,34	Rp. 76,42
1868	9 Juni 2016	0,000000098	15053,40	15023,90	Rp. 29,50
1869	10 Juni 2016	0,000000022	15053,32	14958,16	Rp. 95,16

Sumber : Hasil olah data (2016)

B. PEMBAHASAN

Hasil turunan fungsi metode maximum likelihood dalam estimasi parameter model ARCH(r)-mean dimulai dengan mencari residual dari model regresi linier berganda pada persamaan (2.38) dengan menggunakan metode OLS. Residual yang didapatkan tersebut, dimodelkan ke dalam bentuk model AR2.

Model AR2 yang ditunjukkan pada persamaan (4.4) diestimasi parameternya dengan menggunakan metode least square. Metode least square dengan cara meminimumkan jumalah kuadrat residual $G = \sum_{t=1}^{T} v_t{}^2$, yang terdapat pada persamaan (4.6). Hasil penurunan fungsi (4.6) terhadap parameter β_0,β_1,β_2,β_3,β_4,$\emptyset_1$,dan $\emptyset_2$ terlihat bahwa persamaan masih berbentuk implisit, sehingga untuk mendapatkan nilai estimatornya diselesaikan software eviews.

Karena nilai yang didapatkan masih implisit dari model AR2 maka langkah selanjutnya adalah memodelkan varian residual dari model AR2 menjadi model time series regression dengan *noise* AR2 dan ARCH-Mean pada persamaan (4.7) dengan asumsi yang terdapat pada persamaan (4.8).

Fungsi likelihood didapat mengikuti bentuk fungsi kepadatan peluang berdistribusi normal pada persamaan (2.5) menjadi persamaan (4.10) dengan memisalkan ω adalah himpunan parameter dari $\beta, \emptyset, \alpha, \gamma$ yakni $\omega =$ $\beta, \emptyset, \alpha, \gamma$ maka fungsi kepadatan peluang bersyaratnya sehingga diperoleh persamaan (4.11) dan diubah menjadi persamaan (4.13).

Fungsi likelihood dari fungsi kepadatan peluang pada persamaan (4.13) dapat dijabarkan sehingga menjadi persamaan (4.16). Fungsi likelihood diestimasi menggunakan metode maximum likelihood. Dengan cara menurunkan persamaan (4.16) terhadap parameter $\beta, \emptyset, \alpha, \gamma$.

Berdasarkan hasil penurunan fungsi likelihood pada persamaan (4.16) terhadap parameter $\beta, \emptyset, \alpha, \gamma$ terlihat bahwa persamaannya masih berbentuk implisit, sehingga untuk mendapatkan nilai estimatornya diselesaikan dengan *software Eviews*.

Penerapan dari estimasi parameter model ARCH(r)-mean menggunakan data kurs beli Euro terhadap Rupiah dari tanggal 29 Oktober 2008 sampai dengan 3 Juni 2016 selama hari kerja. Data yang diambil ini belum stasioner dalam variansi dan rata-rata ditunjukkan pada Gambar 4.1, Gambar 4.2, Gambar 4.3 dan Gambar 4.4.

Data distasionerkan dengan cara transformasi lalu mencari log return dengan memperhatikan hasil uji Box-Cox. Setelah data stasioner dilanjutkan dengan memodelkan ARMA dengan memperhatikan hasil plot ACF dan plot PACF. Model ARMA yang sesuai dilihat dari nilai probabilitasnya yang lebih kecil dari $\alpha = 0{,}05$. Model ARMA yang memenuhi asumsi itu adalah Model AR(1) dan MA(1).

Dari model AR(1) dan MA(1) ini, kemudian diuji efek heteroscedasticitynya untuk dapat membentuk model ARCH. Model ARCH yang akan dibentuk ini diperoleh dengan residual kuadrat dari model AR(1) dan MA(1).

Penelitian terdahulu (Antowillah, dkk., 2012) tentang Estimasi Parameter Model Time Series Regression dengan Noise ARMA(p) dan ARCH(r)-Mean Menggunakan Metode Maximum Likelihood telah diperoleh bahwa model AR(2) dan ARCH(1)-mean sebagai model terbaik dalam penelitian tersebut.

Penelitian ini model terbaik yang didapatkan adalah model ARCH(1) dari residual kuadrat model MA(1). Selain memiliki tingkat probabilitas yang kecil dari $\alpha = 0{,}05$, model ini juga memiliki nilai AIC dan SC yang lebih kecil dari pada model-model yang lain, dilihat dari Tabel 4.6 dan Tabel 4.7. Berikut model ARCH(1) dari residual kuadrat model MA(1) adalah $\sigma_t^2 = 0{,}000000000757 + 0{,}213856\varepsilon_{t-1}^2$.

Setelah mendapatkan model terbaik, maka dilanjutkan keproses peramalan dengan mengsubtitusi nilai data terakhir residual MA(1) ke dalam model terbaik untuk mendapatkan ramalan untuk periode selanjutnya. Hasil ramalan tersebut ditunjukkan pada Tabel 4.8.

BAB V

PENUTUP

A. Kesimpulan

Berdasarkan hasil dari penelitian ini maka dapat disimpulkan :

1. Hasil penurunan fungsi likelihood dalam mengestimasi parameter model ARCH(r)-Mean masih berbentuk implisit.
2. Data nilai tukar Euro terhadap Rupiah dimodelkan dengan menggunakan model ARCH(r)-mean dengan cara memodelkan residual kuadrat ARMA yang signifikan.
3. Estimasi parameter data nilai tukar Euro terhadap Rupiah dengan model ARCH(r)-mean menggunakan metode *maximum likelihood* adalah $\sigma_t^2 = 0{,}000000000757 + 0{,}213856\varepsilon_{t-1}^2$

B. Saran

Dalam penelitian ini, penulis hanya dapat menghasilkan estimasi parameter model ARCH menggunakan metode *maximum likelihood* dan hasil penurunan fungsi *maximum likelihood* masih berbentuk implist. Oleh karena itu, untuk pembaca yang ingin mengembangkan penelitian ini disarankan menggunakan software agar hasil penurunan fungsi *maximum likelihood*-nya tidak berbentuk implist. Dan untuk pembaca yang ingin menggembangkan penerapannya, menggunakan metode lain serta menggunakan alternatif time series yang berbeda.